

# О методах расчета ПИД-регуляторов

Жмудь В.А.<sup>1, 2, 3</sup><sup>1</sup>ФГБОУ ВПО НГТУ, <sup>2</sup>НИУ НГУ, <sup>3</sup>ОАО «НИПС», Россия[оao\\_nips@bk.ru](mailto:оao_nips@bk.ru)

**Аннотация.** В статье рассматриваются методы расчета ПИД-регуляторов на примерах из статьи [1]. Дана критика выводов, сделанных в этой статье.<sup>6</sup>

**Ключевые слова:** численная оптимизация, регуляторы, автоматика, моделирование, динамические системы, точность управления, устойчивость

## ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] анализируются результаты применения разных методов расчета регуляторов для выбранного примера, на основании анализа графиков переходного процесса делаются выводы о классификации эффективности этих методов. Поднятый вопрос представляется крайне важным, а такая классификация давно назрела при условии ее достаточной обоснованности. В данную работу не попал эффективный и достаточно хорошо разработанный метод численной оптимизации на основе применения программ численного моделирования и оптимизации, таких как *VisSim* [2–5]. В связи с этим предпринята попытка отыскания места указанного метода среди других проанализированных в работе [1] методов. Анализ выявил несовпадение результатов моделирования, приведенных в работе [1], поэтому данная статья содержит также критические указания на эти несоответствия.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве примера в [1] рассмотрен объект, содержащий запаздывание и минимально-фазовое звено. Математическая модель такого объекта задается передаточной функцией следующего вида:

$$W_1(s) = \frac{0,37}{1,4229s^2 + 1,56s + 1} e^{-s}. \quad (1)$$

Анализируются методы для расчета коэффициентов ПИД-регулятора, заданного следующей передаточной функцией:

$$W_2(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s. \quad (2)$$

В соотношении (2)  $K_N$  – коэффициенты при различных членах, которые вычисляются рассмотренными методами.

Замкнутая система образуется путем

последовательного соединения регулятора и объекта, выходной сигнал объекта вычитается из входного сигнала системы, результирующий сигнал является ошибкой системы. Этот сигнал поступает на вход регулятора. Традиционно используются обозначения  $V(t)$  – входной сигнал системы (задание),  $Y(t)$  – выходной сигнал (выходная величина) объекта и системы в целом,  $E(t)$  – ошибка управления. Целью управления является минимизация ошибки  $E(t)$ , что обеспечивает максимальную близость выходной величины  $Y(t)$  к заданию  $V(t)$ .

В качестве критерия эффективности управления рассматривается вид отклика системы на ступенчатое единичное входное воздействие.

На основании визуального сравнения этих откликов сказано, что наивысшей эффективностью характеризуется метод «амплитудного оптимума». Эффективность остальных исследованных методов в выводах не оценена. Однако, в статье приведены графики переходных процессов, на основании которых читатель может самостоятельно сделать выводы о качестве того или иного переходного процесса, а следовательно и об эффективности метода расчета регулятора, которому этот процесс соответствует.

Внимательное изучение графиков переходных процессов показало их недостоверность.

В силу актуальности решаемой задачи и вследствие недостаточной достоверности результатов, представленных в статье, видится целесообразным более тщательное исследование представленных результатов для более обоснованных выводов.

## 2. ИСТОЧНИКИ СОМНЕНИЙ В ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Графики переходных процессов могут быть рассчитаны аналитически с последующим построением кривых по точкам, например, с использованием математического программного пакета *MATLAB*, или эти графики могут рассчитываться по шагам, как в пакете для моделирования *VisSim*. В каждом случае для обеспечения корректности моделирования необходимо соблюдение некоторых правил [6]. При несоблюдении этих правил результатам моделирования доверять нельзя.

Кроме того, графики переходных процессов должны обладать рядом признаков соответствия моделям. Эти признаки не всегда очевидны, но в ряде случаев они могут быть легко указаны. К таким признакам относятся начало и конец

<sup>6</sup> Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки РФ, проект №7.599.2011, Темплан, НИР № 01201255056.

переходного процесса. В частности, если объект содержит запаздывание (в нашем случае 0,2 с), то график отклика переходного процесса должен начинаться лишь по истечении этого времени, а до этого выходной сигнал должен быть нулевым.

Поскольку в объекте значения постоянных времени указаны с точностью до сотых долей (в соотношении (1) даже до десятитысячных), шаг моделирования следует брать не менее 0,01 с. Соответствующая плавность кривых переходного процесса должна это демонстрировать. Иначе может оказаться, что моделирование некорректно.

На рис. 1 показан вид переходных процессов, представленный в статье [1].

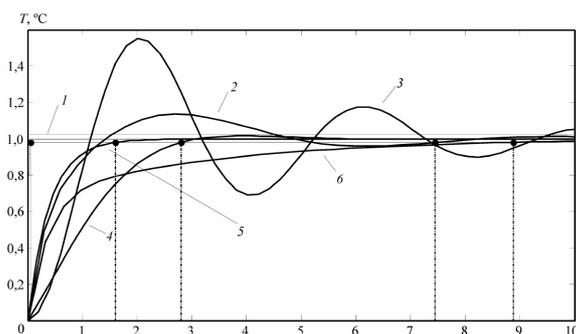


Рис. 1 Вид переходных процессов, представленный в статье [1]

Видно, что все процессы начинаются в момент времени  $t = 0$ , тогда как начинаться они должны в момент  $t = 0,2$ . Для наглядности на рис. 2 показан увеличенный фрагмент этого рисунка.

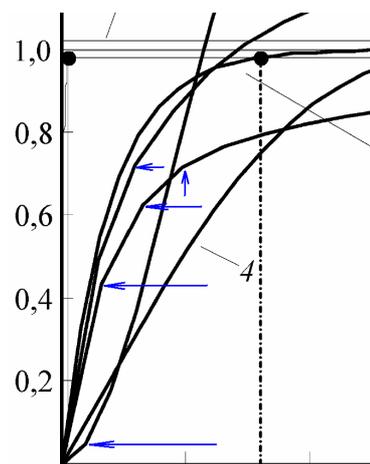


Рис. 2 Увеличенный фрагмент переходных процессов, представленный в статье [1]: стрелками показаны места изломов

На этом фрагменте отчетливо видно также, что графики представляют собой ломаные линии, из которых можно приблизительно определить величину шага интегрирования, которая составляет от 0,2 до 0,4 с. То есть шаг взят в 20-40 раз больше минимально допустимого.

### 3. МЕТОД И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ

Для моделирования используем программу VisSim с выбором шага не менее 0,01 с. Время моделирования возьмем как в статье  $T = 10$  с.

На Рис. 3 показана схема для моделирования и оптимизации обсуждаемой системы.

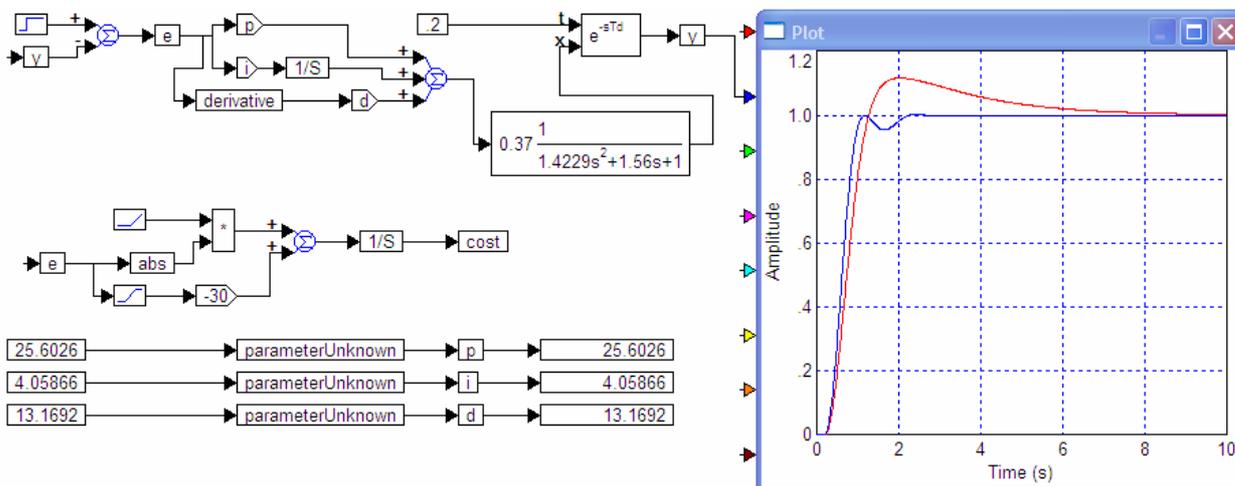


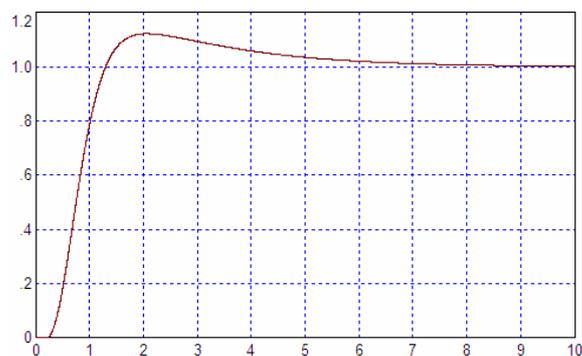
Рис. 3. Система оптимизации: схема моделирования объекта (1) с регулятором (2) в программе VisSim

Красной кривой на *рис. 3* показан переходный процесс, соответствующий линии, помеченной цифрой 5 на *рис. 1*, то есть переходный процесс системы с регулятором, рассчитанным по методу «амплитудного оптимума». Видно несоответствие этих двух переходных процессов. На *рис. 1* эта линия не переходит через единичное значение (в тексте статьи сказано, что перерегулирование не превышает 2 %). На *рис. 3* перерегулирование соответствует приблизительно 10 %. На *рис. 1* эта линия через 1,5 с практически сливается с единичным значением, а на *рис. 3* это происходит лишь через 9 с.

Синей линией на *рис. 3* показан переходный процесс с регулятором, полученным методом численной оптимизации. Этот процесс, действительно, характеризуется малым перерегулированием и большим быстродействием. Оба переходных процесса, показанные на *рис. 3*, задержаны на  $t = 0,2$ , как это и должно быть.

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ С ВЫЧИСЛЕННЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

Применение метода *амплитудного оптимума* дает следующие значения параметров регулятора (2) для объекта (1):  $K_p = 16,662$ ;  $K_I = 6,757$ ;  $K_D = 9,749$ . Соответствующий переходный процесс показан на *рис. 4*. В статье [1] для этого случая приведен график, помеченный цифрой 5 на *рис. 1*. Среди представленных на *рис. 1* графиков график с номером 2 в большей степени похож на график, показанный на *рис. 4*, хотя и не совпадает с ним.

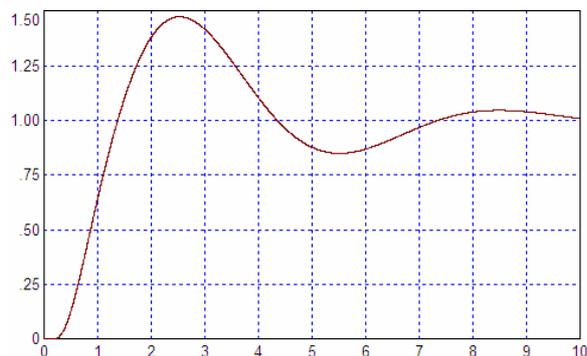


*Рис. 4.* Переходный процесс в системе с регулятором по методу *амплитудного оптимума*

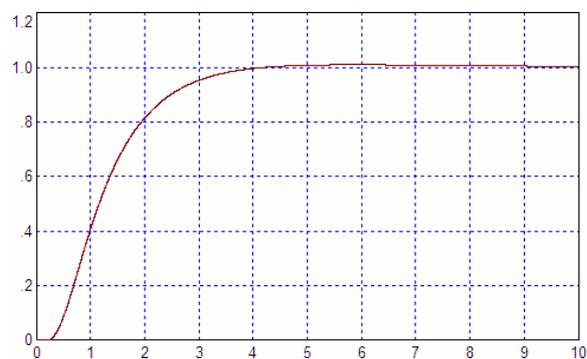
Применение метода *Стогестада* дает:  $K_p = 10,3$ ;  $K_I = 12,9$ ;  $K_D = 9,6$ . Соответствующий переходный процесс показан на *рис. 5*. В статье [1] для этого случая приведен график, помеченный цифрой 2 на *рис. 1*. Среди представленных на *рис. 1* графиков график с номером 3 в наибольшей степени похож на график, показанный на *рис. 5*, хотя также не совпадает с ним.

Применение метода *Циглера-Никольса* дает:  $K_p = 8,0$ ;  $K_I = 2,1$ ;  $K_D = 7,6$ . Соответствующий переходный процесс показан на *рис. 6*. В статье

[1] для этого случая приведен график, помеченный цифрой 6 на *рис. 1*. Среди представленных на *рис. 1* графиков график с номером 4 в наибольшей степени похож на график, показанный на *рис. 5*,

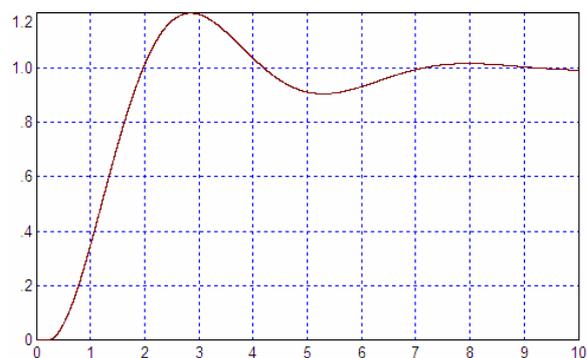


*Рис. 5.* Переходный процесс в системе с регулятором по методу *Стогестада*



*Рис. 6.* Переходный процесс в системе с регулятором по методу *Циглера-Никольса*

Применение метода *Куна* дает:  $K_p = 5,4$ ;  $K_I = 2,4$ ;  $K_D = 1,7$ . Соответствующий переходный процесс показан на *рис. 7*. В статье [1] для этого случая приведен график, помеченный цифрой 4 на *рис. 1*. Среди представленных на *рис. 1* графиков похожий график не найден.



*Рис. 7.* Переходный процесс в системе с регулятором по методу *Куна*

Применение метода *Шеделя* дает:  $K_p = 332,5$ ;  $K_I = 124,8$ ;  $K_D = 242,7$ . Соответствующий переходный процесс *неустойчив*, он показан на *рис. 8*. В статье [1] для этого случая приведен график, помеченный цифрой 1 на *рис. 1*.

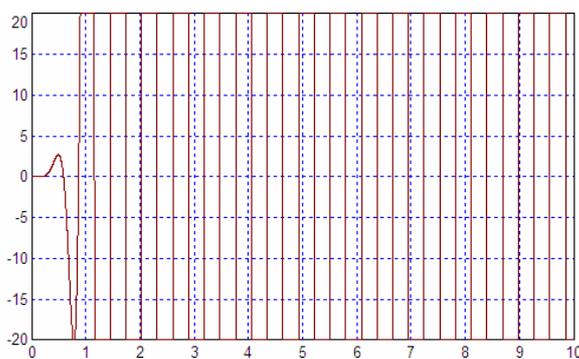


Рис. 8. Переходный процесс в системе с регулятором по методу *Шеделя*

Применение метода, основанного *на реакции на ступенчатое воздействие*, дает:  $K_P = 9,21$ ;  $K_I = 11,05$ ;  $K_D = 0,026$ . Соответствующий переходный процесс *неустойчив*, он показан на рис. 9. В статье [1] для этого случая приведен график, помеченный цифрой 3 на рис. 1.

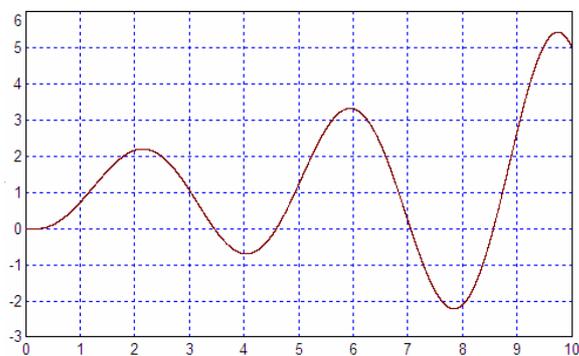


Рис. 9. Переходный процесс в системе с регулятором по методу, основанному на *реакции на ступенчатое воздействие*

### 5. АНАЛИЗ ВЫВОДОВ АВТОРА СТАТЬИ

Выводы автора [1] о том, что метод амплитудного оптимума позволяет получить переходные процессы без перерегулирования, ошибочен: перерегулирование составляет более 10 %. Выводы о высоком быстродействии результата применения этого метода также ошибочны: длительность переходного процесса составляет около 8 с, тогда как система с регулятором по методу Циглера-Никольса дает вдвое меньшую длительность.

Соответственно, ошибочен вывод автора о том, что система с регулятором по методу Циглера-Никольса дает систему, в которой переходный процесс излишне затянут: среди всех приведенных регуляторов этот дает наиболее короткий переходный процесс длительностью 4 с.

Утверждение о том, что система с регулятором по методу Шеделя дает удовлетворительный результат, ошибочно: система с этим регулятором неустойчива.

Вывод о высоком перерегулировании в системе с регулятором по методу Стогестада в целом справедливо, но в статье приведен график

с перерегулированием 10–15 %, в таблице указано значение 13,4 %, а наше моделирование показало почти 50 %.

Вывод о том, что применение метода, основанного на реакции на ступенчатое воздействие, дает настройки со значительным перерегулированием и малым быстродействием, также несправедлив: такая система неустойчива.

### 6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА РЕГУЛЯТОРА МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Применение метода *численной оптимизации* дает результаты, зависящие от целевой функции.

В [6] рассмотрены принципы формирования целевой функции. Например, при использовании целевой функции, основанной на интеграле от модуля ошибки, умноженного на линейно нарастающую функцию, с применением ограничения перерегулирования, дает следующий результат:  $K_P = 25,6$ ;  $K_I = 4,05$ ;  $K_D = 13,16$ . Математическая модель вычислителя целевой функции ясна из рис. 3, если учесть, что в ограничивающем устройстве установлены пределы ограничений: нижний предел -100, верхний предел 0. Соответствующий переходный процесс показан на рис. 10.

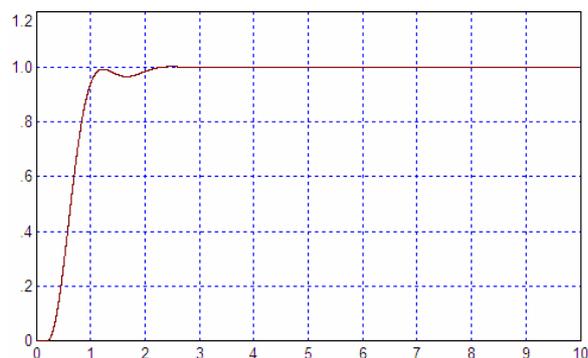


Рис. 10. Переходный процесс в системе с регулятором по методу *численной оптимизации*

Как видно, длительность переходного процесса составляет приблизительно 2,5 с, перерегулирование не превышает 0,5 %. По совокупным признакам этот переходный процесс лучше всех, показанных на предыдущих графиках.

Апробация на единственном примере не позволяет делать обобщающих выводов. Наибольшее влияние на устойчивость системы оказывает увеличение запаздывания и увеличение порядка объекта.

### 7. АПРОБАЦИЯ МЕТОДА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Рассмотрим результаты оптимизации регулятора для объекта *при изменении величины запаздывания* от 0,2 до 1,0 с. Результаты оптимизации приведены в *Таблице*

1. Соответствующие переходные процессы приведены на Рис. 11. Определить, какой график соответствует какому запаздыванию, легко по величине начального запаздывания процесса.

Таблица 1

Параметры регуляторов при разных запаздываниях

$\tau$	$K_P$	$K_I$	$K_D$
0,2	25,6	4,05	13,16
0,4	9,98	2,26	7,71
0,6	5,25	1,59	4,90
0,8	4,11	1,26	4,36
1,0	1,88	0,94	1,94

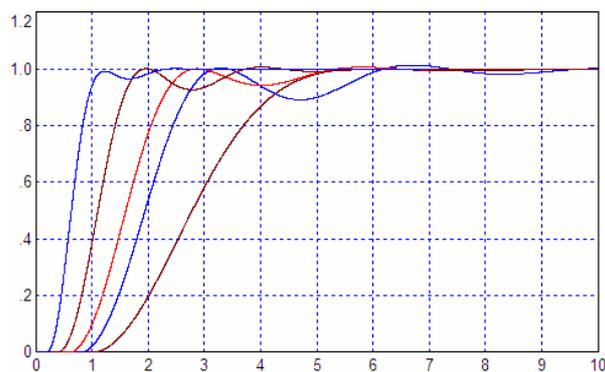


Рис. 11. Переходные процессы в системе с регулятором по методу численной оптимизации при различных запаздываниях в объекте

Во всех переходных процессах перерегулирование не превышает 1%. Длительность переходного процесса равна, соответственно, 2,5 с; 4 с; 5 с; 9 с и 6 с. Видим, что переходные процессы во всех случаях, кроме последнего, имеют некоторую склонность к колебаниям.

Для устранения этой склонности введем в целевую функцию компоненту, вычисляемую из произведения ошибки на ее производную. Это произведение пропускается через ограничитель с порогами -100 и 0, после чего умножается на отрицательный коэффициент.

Вид соответствующей структуры для вычисления новой целевой функции показан на Рис. 12. Параметры новых регуляторов даны в Таблице 2.

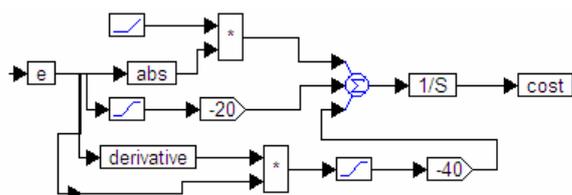


Рис. 12. Структура вычислителя усовершенствованной целевой функции

Таблица 2  
Параметры регуляторов при разных запаздываниях

$\tau$	$K_P$	$K_I$	$K_D$
0,2	0,045	0,64	-0,268
0,4	0,166	0,63	-0,142
0,6	0,28	0,62	0,028
0,8	0,39	0,61	0,076
1,0	0,503	0,604	0,175

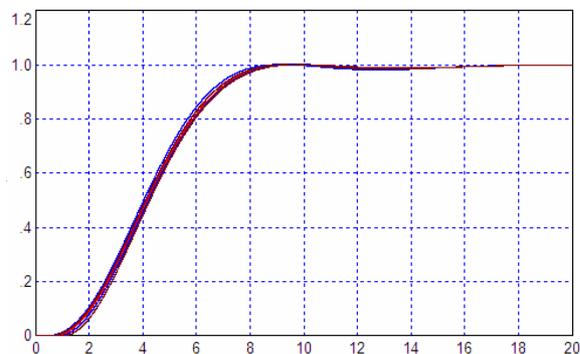


Рис. 13. Переходные процессы в системе с регулятором по методу численной оптимизации при различных запаздываниях в объекте с модифицированной целевой функцией по Рис. 12

Видно, что графики стали более плавными и почти сливаются.

Рассмотрим представленный метод при повышении порядка объекта. С этой целью введем в объект дополнительный элемент с передаточной функцией вида:

$$W_3(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (3)$$

Рассмотрим только крайние значения величины запаздывания. Результаты расчета регуляторов даны в Таблице 3.

Таблица 3  
Параметры регуляторов при разных запаздываниях

$\tau$	$K_P$	$K_I$	$K_D$
0,2	0,635	0,609	0,104
1,0	1,15	0,595	1,00

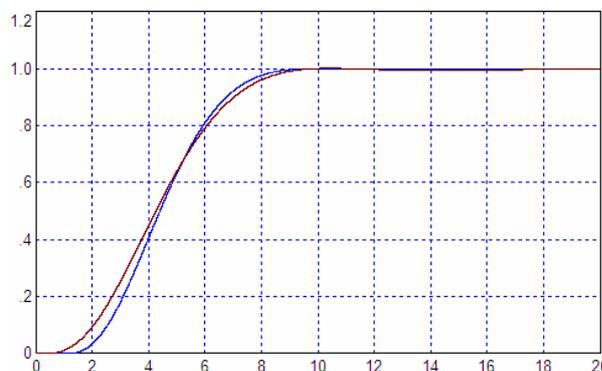


Рис. 14. Переходные процессы в системе с регулятором по методу численной оптимизации и объектом с повышенным порядком (Таблица 3)

Соответствующие графики переходных процессов показаны на *Рис. 14*.

Рассмотрим объект четвертого порядка с таким же регулятором, рассчитанным этим же методом. С этой целью зададим передаточную функцию в следующем виде:

$$W_1(s) = \frac{0,37}{(1,5s^2 + 0,5s + 1)^2} e^{-s}. \quad (4)$$

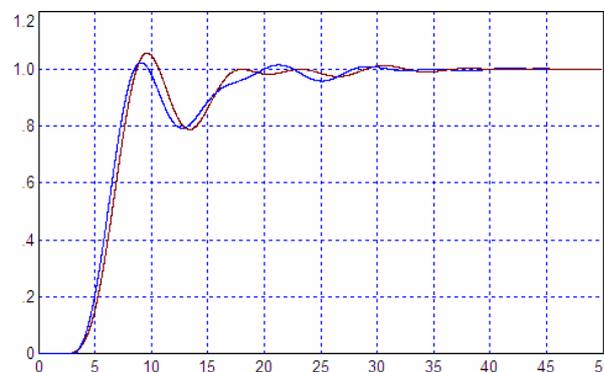
Здесь член перед  $s$  в первой степени уменьшен для усложнения задачи, поскольку в этом случае склонность объекта к колебаниям возрастает.

Вследствие резкого увеличения инерционности объекта, время моделирования при оптимизации целесообразно увеличить до 50 с. Результаты проектирования регуляторов для объекта (4) показаны в *Таблице 4*, а переходные процессы – на *Рис. 15*.

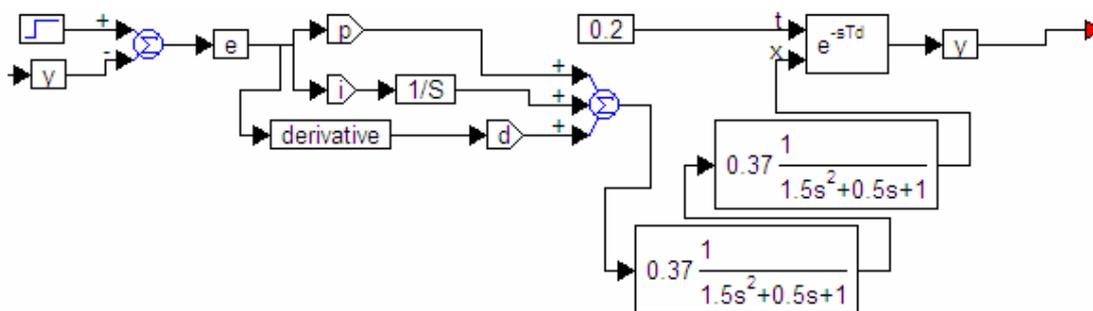
Таблица 4  
разных

Параметры регуляторов при запаздываниях

$\tau$	$K_P$	$K_I$	$K_D$
0,2	-0,729	1,013	2,064
1,0	-0,29	1,00	1,45



*Рис. 15.* Переходные процессы в системе с регулятором по методу **численной оптимизации** и объектом с повышенным порядком (*Таблица 4*)



*Рис. 16.* Структурная схема для моделирования объекта (4) с ПИД-регулятором

## 8. О ДРУГИХ МЕТОДАХ РАССЧЕТА РЕГУЛЯТОРА

В статье [1] обойдены молчалием не только методы численной оптимизации, описанные в [4–17], но также классический графический метод, основанный на логарифмических амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристиках.

Если же анализировать современные методы, основанные на применении современных программных продуктов, следовало рассмотреть метод Монте-Карло, встроенный в программу *MATLAB*, который сравнивался с рассмотренным выше методом на нескольких показательных примерах [3]. Наши модельные исследования показали, что этот метод также достаточно эффективен, хотя в целом имеется множество оснований рекомендовать применение именно оптимизации в программе *VisSim*.

Кратко перечислим основные причины такого предпочтения.

1. Программа *VisSim* осуществляет моделирование по шагам, что в точности соответствует алгоритмам, используемым в цифровых сигнальных процессорах и иных цифровых регуляторах.

2. При использовании программы *VisSim* исключено применение в регуляторе физически нереализуемых звеньев и недостоверных методов компенсации нулей и полюсов. Подобные ошибки могут оказаться не выявленными при использовании *MATLAB*.

3. Программа *VisSim* характеризуется меньшей стоимостью и занимает меньший вычислительный ресурс компьютера.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выводы автора [1] об эффективности рассмотренных методов расчета ПИД-регулятора полностью ошибочны.

Во-первых, единственная модель объекта – не достаточно глубокое исследование для формулировки выводов о методах как таковых. Следовало сузить формулировки до

конкретного частного случая.

Во-вторых, результаты моделирования ошибочны практически все.

В-третьих, в двух случаях система на самом деле неустойчива, что автором статьи [1] не выявлено.

Кроме того, в статье не рассмотрены два метода численной оптимизации. Это упущение весьма существенно, если учесть, что к моменту начала работы над статьей (дата поступления в аспирантуру указана 2012 годом) вышло достаточно большое количество публикаций по этому методу [2–17].

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Сидорова А.А. Определение наиболее эффективного метода настройки ПИД-регулятора. Институт кибернетики Национального исследовательского Томского политехнического университета. Информационные технологии в системах автоматизации. 2012. №5. С. 143 – 150. <http://www.problem-info.ru/2012-5/24.pdf>

[2] Жмудь В.А., Ядрышников О.Д. Численная оптимизация ПИД-регуляторов с использованием детектора правильности движения в целевой функции. Автоматика и программная инженерия. 2013. № 1 (3). С. 54–70.

[3] А.А. Воевода, В.А. Жмудь, А.Н. Заворин, О.Д. Ядрышников. Сравнительный анализ методов оптимизации регуляторов с использованием программных средств VisSim и MATLAB // Мехатроника, автоматизация и управление. № 9, 2012. с. 37–43.

[4] Синтез робастного регулятора методом двойной итеративной параллельной численной оптимизации / Б. В. Поллер, В. А. Жмудь, С. П. Новицкий, А. Н. Заворин, О. Д. Ядрышников // Научный вестник НГТУ. - 2012. - № 2. С 196–200.

[5] Метод проектирования адаптивных систем для управления нестационарными объектами с запаздыванием. / В. А. Жмудь, А.Н. Заворин, Полищук А.В., О. Д. Ядрышников // Научный вестник НГТУ. 2012. №3.

[6] Жмудь В. А. Моделирование, исследование и оптимизация замкнутых систем автоматического управления / Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2012. – 396 с

[7] В.А. Жмудь, Р.Ю. Ишимцев. Оптимизация САУ мутности слива сгустителя в нефтехимической промышленности. Научный вестник НГТУ. - 2008. - N 1(30). с.167-170.

[8] Р.А. Лисовой, Н.П. Качина, В.А. Жмудь, А.Б. Колкер. Сравнение двух методов синтеза регулятора для объекта с запаздыванием размерности  $2 \times 2$ . // Сб. научн. тр. НГТУ. Новосибирск. 2010. №2 (60). С.17–26.

[9] Жмудь В.А., Писарев А.В. Принципы построения оптимального регулятора мощности паровой турбины с промежуточным перегревом пара.

Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2010. 4 (62). С.35 – 40.

[10] Ядрышников О.Д., Заворин А.Н., Жмудь В.А. Синтез ПИ(Д)-регулятора для управления линейным инерционным объектом с параметрической неопределенностью в векторе состояний. Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2010. 4 (62). С.65–72.

[11] Заворин А.Н., Ядрышников О.Д., Жмудь В.А. Усовершенствование качественных характеристик систем управления с обратной связью при использовании ПИД2-регулятора. Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2010. 4 (62). С.41 – 50.

[12] Ядрышников О.Д., Заворин А.Н., Жмудь В.А. Синтез ПИ(Д)-регулятора для управления линейным инерционным объектом с параметрической неопределенностью в векторе состояний. Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2010. 4 (62). С.65 – 72.

[13] Жмудь В. А. Расчет множества коэффициентов регулятора для объекта с двумя нестационарными параметрами / В. А. Жмудь, А. В. Полищук // Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2012. N 3(69). С.59 – 70.

[14] Жмудь В. А. Проектирование кусочно-адаптивных систем методом робастной оптимизации / В. А. Жмудь, О. Д. Ядрышников, А. Н. Заворин // Сборник научных трудов НГТУ. Новосибирск. 2012. N 3(69). С.39 – 50.

[15] В.А. Жмудь. Моделирование и оптимизация систем управления в среде VisSim // Труды семинара по автоматике и программной инженерии, посвященного юбилею ОАО «Новосибирский институт программных систем» (ОАО «НИПС») 16.04.2012, Новосибирск, типогр. ЗАО «КАНТ». С.90–140.

[16] А.Н. Заворин, В.А. Жмудь, А.В. Полищук, О.Д. Ядрышников. Проектирование робастных регуляторов для энергетического котла методом численной оптимизации их параметров для ансамбля систем. / Труды семинара по автоматике и программной инженерии, посвященного юбилею ОАО «Новосибирский институт программных систем» (ОАО «НИПС») 16.04.2012, Новосибирск, типогр. ЗАО «КАНТ». С. 141 – 146.

[17] В.А. Жмудь, А.Н. Заворин, А.В. Полищук, О.Д. Ядрышников. Анализ метода проектирования робастного регулятора методом двойной итеративной параллельной численной оптимизации. Автоматика и программная инженерия. 2012. № 1 (1) С. 7–16.



**Вадим Жмудь** – заведующий кафедрой Автоматики в НГТУ, профессор, доктор технических наук, автор 200 научных статей., главный научный сотрудник Института лазерной физики СО РАН. Область научных интересов и компетенций – теория автоматического управления, электроника, измерительная техника.  
E-mail: [oao\\_nips@bk.ru](mailto:oao_nips@bk.ru)