

# Управление объектом с распределенными параметрами

Б.И. Пякилла, В.А. Жмудь

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия,  
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

**Аннотация:** Объекты с распределенными параметрами отличаются от динамических объектов с сосредоточенными параметрами, прежде всего тем, что их математическая модель намного сложнее, и вместо дифференциальных уравнений они описываются уравнениями в частных производных. Такие объекты встречаются во множестве технологических процессов в промышленности, на транспорте, в науке и технике. Проектирование управляющих систем для таких объектов на основе принципа отрицательной обратной связи, так же, как и для объектов с распределенными параметрами, состоит в идентификации объекта, выборе структуры регулятора и расчета параметров этого регулятора. Методы аналитического расчета регуляторов могут оказаться чрезвычайно сложными для применения вследствие сложности модели объекта. В последнее время одним из широко применяемых методов анализа и синтеза регуляторов является численная оптимизация, осуществляемая при математическом моделировании системы [1]. В серии работ [1–10] разработан ряд мер по формированию целевой (стоимостной) функции для оптимизации регулятора, эти меры позволяют обеспечить эффективный поиск коэффициентов ПИД-регулятора. При этом разработаны рекомендации о том, как необходимо видоизменить стоимостную функцию, чтобы повысить запас устойчивости в системе, снизить статическую ошибку, уменьшить перерегулирование, устранить или уменьшить обратное перерегулирование, и так далее, включая обеспечение ресурсосбережения. Все эти меры были испробованы для обеспечения оптимизации регулятора, решающего задачу управления объектом с распределенными параметрами, но наилучший результат характеризуется перерегулированием около 22 %, что для многих практических задач может оказаться чрезмерно большим. В работе предложен новый метод управления, который состоит в специальной модификации стоимостной функции. Этот метод позволил снизить перерегулирование до величины около 11 %, что может оказаться предпочтительным для некоторых применений даже несмотря на то,

что длительность переходного процесса в системе при этом увеличилась. Предложенный метод пополняет арсенал методик управления сложными динамическими объектами.

**Ключевые слова:** регулирование, запаздывание, объект с распределенными параметрами, настройка регулятора, моделирование, симуляция

## ВВЕДЕНИЕ

Управление объектом в контуре с отрицательной обратной связью практикуется давно и успешно, развитие теории такого управления идет по пути решения этой задачи для все более сложных объектов.

Традиционно объект управления описывается передаточной функцией, то есть отношением преобразований Лапласа от сигналов на его выходе к сигналам на его входе. Кроме того, на объект воздействуют неизвестные внешние возмущения, которые приводят к тому, что выходной сигнал объекта определяется не только его входными сигналами, но и еще некоторым неизвестным слагаемым, обобщенно называемым помехой. Контур отрицательной обратной связи должен подавить влияние этой помехи, что осуществляется успешно, если система остается устойчивой и коэффициент усиления в контуре достаточно велик. Ошибка управления обратно пропорциональна коэффициенту усиления, поэтому для того, чтобы статическая ошибка была равной нулю, коэффициент статического усиления устремляют к бесконечности за счет интегратора. Также интегратор может содержаться в самом объекте.

Наиболее часто встречающиеся модели объектов имеют вид:

$$W_1(s) = \frac{k}{N(s)}, \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент передачи;  $N(s)$  – полином от аргумента  $s$ , являющегося аргументом преобразования Лапласа (некоторые авторы в ряде работ трактуют его как символическую запись операции дифференцирования, что не далеко от истины). Указанный полином в знаменателе описывает интегрирующие свойства объекта, чем выше степень этого полинома, тем выше порядок соответствующего ему (по математической модели) фильтра низких частот.

Также встречаются объекты с математической моделью вида:

$$W_2(s) = \frac{M(s)k}{N(s)}, \quad (2)$$

где  $M(s)$  – также полином от аргумента  $s$ , но его степень должна быть ниже, чем степень полинома  $N(s)$ , чтобы обеспечить возможность физической реализации объекта по соотношению (2). Полином  $M(s)$  описывает местные дифференцирующие свойства объекта.

Если в объекте имеется запаздывание, то его передаточная функция дополняется экспоненциальным множителем:

$$W_3(s) = \frac{M(s)}{N(s)} \cdot e^{-\tau s}, \quad (3)$$

где  $\tau$  – время запаздывания. Если же в объекте присутствует еще и интегратор, то в знаменателе добавляется множитель  $s$ .

Объект с распределенными параметрами можно приближенно смоделировать передаточной функцией вида (3), в которой полиномы в числителе и знаменателе имеют высокий порядок, а их коэффициенты таковы, что интегрирующие и дифференцирующие свойства этих полиномов находятся как бы в постоянной конкуренции. Например, передаточная функция такого объекта может быть записана в следующем виде:

$$W_4(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1) \dots (\tau_m s + 1)k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1) \dots (T_n s + 1)s}, \quad (4)$$

Здесь значения постоянных времени числителя и знаменателя чередуются по величине, например,

$$T_1 > \tau_1 > T_2 > \tau_2 > T_3 > \tau_3 > \dots > T_n > \tau_m. \quad (5)$$

Как правило, регулятор включается на входе объекта, выход объекта соединен с отрицательным входом вычитающего элемента, а на положительный вход вычитающего элемента подается задание, то есть предписанная величина. Если регулятор рассчитан правильно, то выходная величина объекта стремится стать равной предписанной величине по прошествии некоторого небольшого для данного объекта времени. Ход изменения выходной величины называется переходным процессом, в этом процессе нежелательны слишком большие перерегулирования и излишне длительные или большие по величине колебания. Выходной сигнал вычитающего элемента называется ошибкой управления и обозначается  $e(t)$ .

Ставится задача всеми возможными методами

численной оптимизации рассчитать регулятор для объекта вида (4), обеспечивающий требуемые качества замкнутой системы.

Поскольку система линейна, наиболее эффективно исследовать ее по отклику на единичное ступенчатое воздействие. При этом ошибка сначала скачком становится равной единице, далее должна плавно снизиться до нулевого значения.

## 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОМ

Поскольку предложено решение задачи методом численной оптимизации, зададим конкретные численные значения параметров в передаточной функции (4), например, следующего вида:

$$W_4(s) = \frac{(100s + 1)(10s + 1)(s + 1)(0,1s + 1)k}{(300s + 1)(30s + 1)(3s + 1)(0,3s + 1)s}. \quad (6)$$

Для моделирования такой системы создадим структуру, моделирующую объект по соотношению (6), структура такой модели показана на Рис. 1. Структура модели ПИД-регулятора для этого случая показана на Рис. 2. Структура блока для оптимизации должна содержать столько блоков *ParameterUnknown*,

сколько имеется переменных, которые требуется оптимизировать в результате процедуры оптимизации. Вид этой модели показан на Рис. 3, где в указанные блоки заведены начальные значения для оптимизации, соответствующие значениям  $k_p = 1$ ,  $k_i = 0$  и  $k_d = 0$ , соответственно.

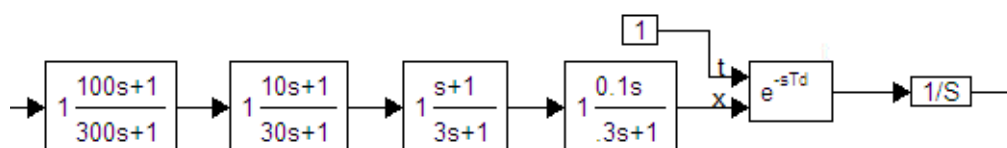


Рис. 1. Модель объекта

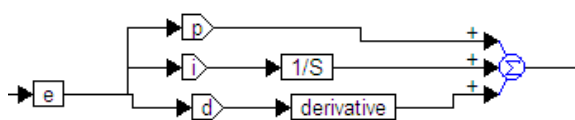


Рис. 2. Модель регулятора

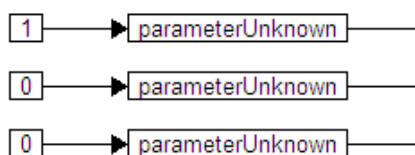


Рис. 3. Модель блока оптимизации

Также в модели должен присутствовать блок *Cost*, то есть блок для анализа стоимостной функции и вычисления новых значений оптимизируемых параметров, а также необходима структура для вычисления собственно стоимостной функции, результат которой должен быть заведен на вход этого блока *Cost*.

Стоимостная функция в общем виде может вычисляться по следующему соотношению:

$$\Psi(\Theta) = \int_{t=0}^{\Theta} w_q \sum_{q=1}^Q \psi_q dt . \quad (7)$$

Здесь стоимостная функция определена как

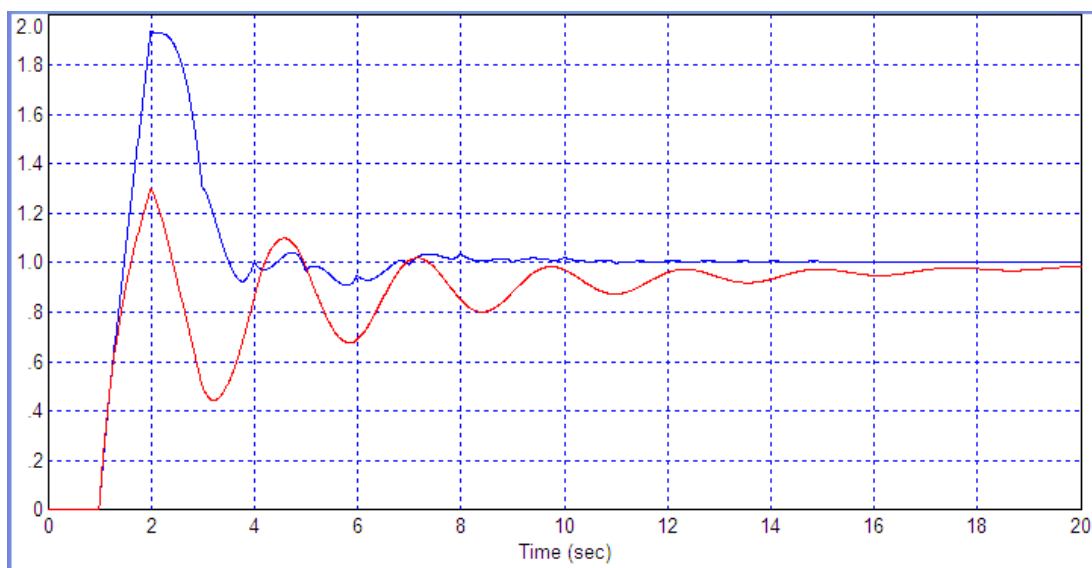


Рис. 4. Вид переходных процессов, которые получают с различными стоимостными функциями: красная линия при использовании только (8) в (7), синяя линия при использовании также (9)

Один из эффективных способов подавить колебания в переходном процессе состоит в использовании детектора роста ошибки [2]:

$$\psi_2(t) = \max\left\{0, e(t) \frac{de(t)}{dt}\right\} . \quad (9)$$

Здесь вычисляется наибольшая величина из двух, первая из которых равна нулю, а вторая – произведение ошибки на ее производную по времени. Если ошибка и ее производная имеют

интеграл по времени от начала переходного процесса  $t=0$  до его окончания  $t=\Theta$  от положительно определенных функций  $\psi_q$ . Если слагаемых функций  $\psi_q$  в (7) более одной, то следует использовать весовые коэффициенты, которые устанавливают значимость вклада каждой такой функции.

Одной из очевидных функций для (7) является модуль ошибки  $e(t)$ , умноженный на время  $t$  от начала переходного процесса [1]:

$$\psi_1(t) = |e(t)| t . \quad (8)$$

Это обеспечивает снижение модуля ошибки управления, а также более интенсивное сближение этой величины по мере развития процесса, поскольку время играет роль весового коэффициента, который непрерывно линейно возрастает.

Если использовать только функцию вида (8) в стоимостной функции (7), то в получаемом переходном процессе имеется множество колебаний, а начальное перерегулирование достигает 30%. Соответствующий вид переходного процесса показан красной линией на графике на Рис. 4.

разные знаки, то ошибка по мере развития процесса уменьшается по величине. Произведение ошибки и ее производной в этом случае будет отрицательным, функция (9) будет равна нулю, ее вклад в целевую функцию (7) также будет равным нулю. Эта ситуация соответствует желаемому развитию процесса. Если же ошибка и ее производная имеют одинаковый знак, то ошибка по величине на этом участке процесса возрастает, произведение

ошибки и ее производной будет больше нуля, вклад функции (9) в стоимостную функцию будет существенным вследствие интегрирования этой положительной функции. Поэтому процедура оптимизации будет стремиться отыскивать такие значения коэффициентов регулятора, которые будут минимизировать (9), следовательно, минимизировать участки переходного процесса, на которых произведение ошибки на ее производную будет давать большую положительную величину. Если ошибка растет медленно, или если ее величина не велика, то функция (9) будет не слишком велика, поэтому данное слагаемое не обеспечивает полное отсутствие участков переходного процесса, на которых ошибка растет или сохраняет свое значение, а лишь подавляет наличие таких участков, на которых эта ошибка растет быстро и длительно, либо растет, когда ее значение само по себе уже велико.

В результате совместного применения функций (8) и (9) в стоимостной функции (7) получается регулятор, с которым в системе переходный процесс имеет вид, показанный синей линией на *Рис. 4*.

Как видим, вследствие внесения функции (9) колебания в системе существенно подавляются. Однако, при этом возрастает перерегулирование, которое в этом случае достигает 90 %, что никак нельзя признать удовлетворительным.

Для уменьшения величины перерегулирования можно предложить ограничить значение ошибки. Например, можно ввести функцию, пропорциональную квадрату ошибки:

$$\psi_3(t) = [e(t)]^2. \quad (10)$$

Моделирование и оптимизация показали, что ввод функции (10) в стоимостную функцию (7) недостаточно эффективен. Предположительно это может быть связано с тем, что на начальном этапе процесса ошибка равна единице, а на последующих этапах она намного меньше единицы, поэтому вклад начального этапа наиболее велик, а снижение ошибки на начальном этапе невозможно принципиально, поскольку переходный процесс должен занимать некоторое время, и стартует он с единичного отклонения.

Для того, чтобы отсечь начальную ошибку и ввести резкую зависимость целевой функции от перерегулирования, можно использовать только отрицательного знака. Для этой цели можно ввести в (10) ограничение сверху и получить модифицированную компоненту слагаемого для введения его под интеграл стоимостной функции (7), а именно:

$$\psi_4(t) = [\max\{0, e(t)\}]^2. \quad (11)$$

Слагаемое вида (11) позволяет снизить перерегулирование в переходном процессе до величины около 20 %. Полученный процесс показан на *Рис. 5*. Этот процесс если и лучше, чем

процесс, показанный красной линией на *Рис. 4*, то лишь в силу возможной специфики требований к системе. Действительно, длительность в обоих случаях составляет около 20 с, но в процессе на *Рис. 4* перерегулирование, достигая уровня 30 %, практически сразу же снижается, а в процессе на *Рис. 5* оно достигает примерно уровня 21 %, и остается на этом уровне около 3 с. В разных случаях предпочтение может быть отдано тому или иному варианту. Переходный процесс, показанный красной линией на *Рис. 4*, может показаться любому инженеру заведомо худшим, однако, если, например, требуется как можно быстрее завершить процесс с максимальным приближением к требуемому значению, то данный переходный процесс обладает лучшими параметрами по быстрдействию, а именно: он почти полностью завершается по прошествии 4–7 с, тогда как длительность красного процесса на *Рис. 4* составляет около 18–20 с, а длительность процесса на *Рис. 5* составляет 10–12 с.

## 2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭТАЛОННОГО ПРОЦЕССА ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕГУЛЯТОРА

Можно приблизительно предложить идеальный вид переходного процесса. В идеальном случае он должен начинаться там же, где начинаются все процессы на предыдущих графиках, поскольку запаздывание преодолеть невозможно. Далее желательно, чтобы форма графика была близка к экспоненциальной зависимости. Постоянную времени этой экспоненты можно подобрать, исходя из возможностей системы в плане ее быстрдействия. Экспериментальным путем было установлено, что постоянная времени, равная 10 с, наиболее соответствует возможностям данной системы при отсутствии большого перерегулирования.

Далее на основании этой модели «идеального объекта» можно сформировать вид идеального изменения ошибки управления в таком объекте. Вычтя из фактической ошибки значение «идеальной» ошибки, рассчитанной в форме функции времени (то есть также как переходный процесс), возведем остаток в квадрат и подадим на вход блока Cost через сумматор. Тем самым реализуется метод отыскания минимального интеграла от квадрата отклонения фактической ошибки от ее идеального вида.

Пусть передаточная функция блока формирования идеальной ошибки имеет вид:

$$W_Q(s) = 1 - \frac{\exp(-s)}{10s + 1}. \quad (12)$$

На выходе этого блока получим сигнал  $q(t)$ . Тогда очередное слагаемое в целевую функцию (7) может быть рассчитано по соотношению:

$$\psi_5(t) = [e(t) - q(t)]^2. \quad (13)$$

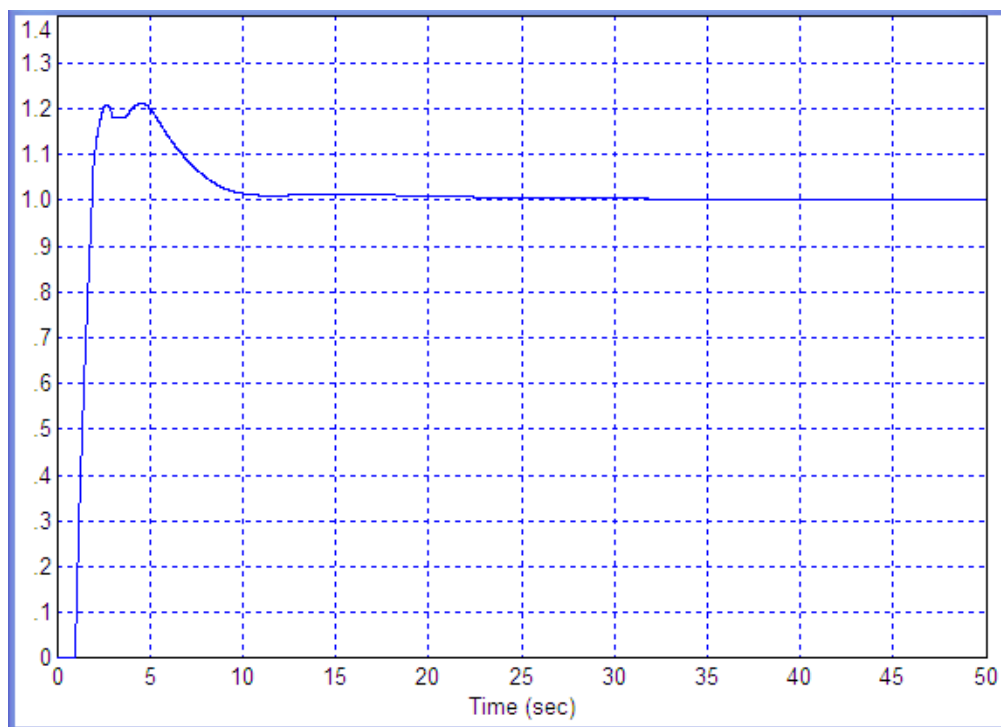


Рис. 5. Наилучший вид переходного процесса, который удалось получить в итоге численной оптимизации при использовании всех мер, описанных в [1]

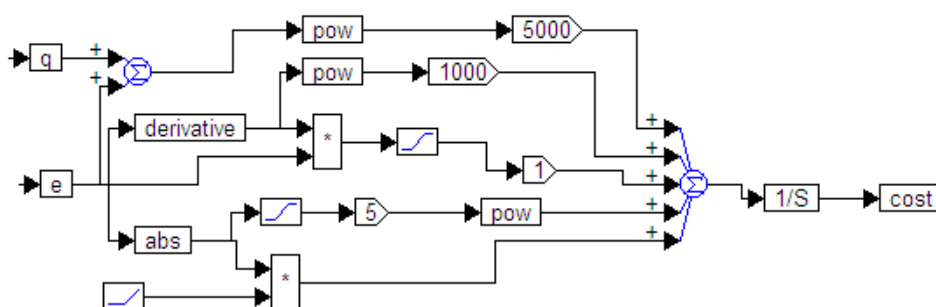


Рис. 6. Модель блока вычисления целевых функций

На Рис. 6 показана структура для расчета целевой функции (7), включающей слагаемые (8), (9), (10), (11) и (13) с различными весовыми коэффициентами. Эти коэффициенты могут быть подобраны эмпирически на основании анализа получаемых переходных процессов. На Рис. 7 показана структура для оптимизации регулятора, в которой используются все описанные выше блоки. На этом же рисунке показан результат оптимизации в виде трех полученных коэффициентов ПИД-регулятора, а именно:  $k_p = 60,26$ ;  $k_i = 7,35$  и  $k_d = 76,24$ . Полученные значения могут быть округлены до двух значащих цифр. Полученный переходный процесс показан на Рис. 8 синей линией. Для сравнения там же красной линией показан процесс, соответствующий идеальному виду ошибки (12). Полученный переходный процесс в сравнении с процессами на Рис. 4 и 5 обладает как достоинствами, так и недостатками.

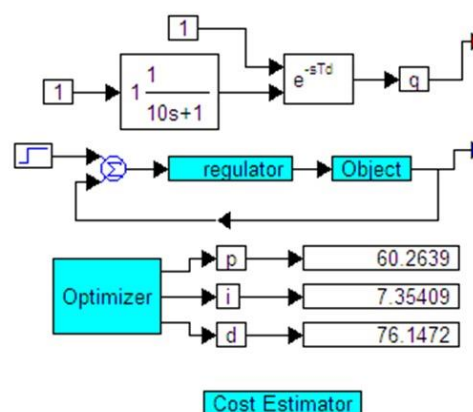


Рис. 7. Модель системы для оптимизации и результат ее использования

Очевидным достоинством является наименьшее значение перерегулирования, а именно: 11 % в сравнении с 90 %, 30 % и 22 %. Другим достоинством является относительно плавный вид, если не считать небольших колебаний на начальном этапе, когда не достигнута и половина

предписанной величины. Если системе противопоказано большое перерегулирование, то этот процесс следует предпочесть в сравнении с

предыдущими, и для дальнейшего снижения перерегуливания, вероятно, предложенный путь может оказаться наиболее эффективным.

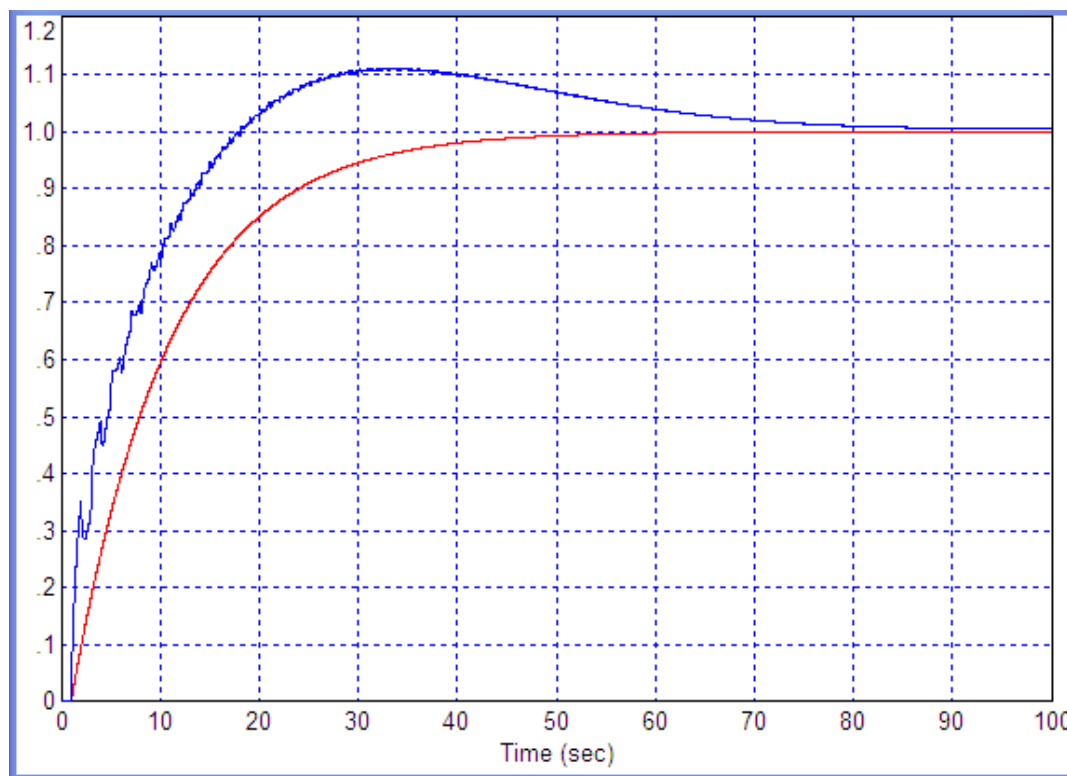


Рис. 8. Вид опорной функции (красная линия) и полученный переходный процесс (синяя линия) в системе в итоге оптимизации с опорной функцией

В отношении длительности переходного процесса данный процесс существенно уступает ранее полученным процессам.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Стоимостную функцию вида (7) можно успешно пополнять новыми слагаемыми.

2. В статье впервые предложено, обосновано и использовано слагаемое вида (13) в стоимостную функцию вида (7); результаты испытаний методом моделирования и оптимизации показали полезность эффективности этого слагаемого для снижения перерегулирования и обеспечения в целом плавности переходного процесса.

3. Показано, что объект с распределенными параметрами может оказаться достаточно сложным объектом для оптимизации регулятора, однако методы численной оптимизации позволяют решать задачу проектирования регулятора для системы с таким объектом.

Работа выполнена при поддержке фондом РФФИ, проект № 15-38-50594 «Разработка и исследование алгоритмов идентификации объектов управления с сосредоточенными и распределенными параметрами, с целью

построения адаптивных систем управления и регулирования».

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Жмудь В. А. Моделирование, исследование и оптимизация замкнутых систем автоматического управления. Монография. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2012. – 335 с.
- [2] Жмудь В.А., Загорин А.Н. Структура модели для оптимизации системы с обратной связью. Патент РФ RU 2554291 C1. Опубл. 27.06.2015. Бюлл. № 18.
- [3] V. A. Zhmud. The Use of the Feedback Control Systems in Laser Physics Researching Experiments. // Proceedings of RFBR and DST Sponsored “The 2-nd Russian-Indian Joint Workshop on Computational Intelligence and Modern Heuristics in Automation and Robotics”, 10 – 13 September, 2011, Additional volume, pp.40–43.
- [4] В.А. Жмудь, А.Н. Загорин. Метод проектирования энергосберегающих регуляторов для сложных объектов с частично неизвестной моделью. В кн.: Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Труды XVI Международной конференции 30 июня – 03 июля 2014 г., Самара. Россия. С. 557–567.
- [5] The modeling tests of the new PID-regulators structures. Voevoda, A.A., Zhmud, V.A., Ishimtsev, R.Y., Semibalamut, V.M. 2009. Proceedings of the IASTED International Conference on Applied Simulation and Modelling, ASM 2009. P.165 – 168.

- [6] Modern key technologies in automatics: Structures and numerical optimization of regulators. Zhmud, V., Yadrishnikov, O., Poloshchuk, A., Zavorin, A. 2012. Proceedings - 2012 7th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2012.
- [7] The design of the feedback systems by means of the modeling and optimization in the program VisSim 5.0/6. Zhmud, V., Liapidevskiy, A., Prokhorenko, E. 2010. Proceedings of the IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control. PP. 27–32.
- [8] V. Zhmud, O. Yadrishnikov. Numerical optimization of PID-regulators using the improper moving detector in cost function. Proceedings of the 8-th International Forum on Strategic Technology 2013 (IFOST-2013), vol. II, 28 June – 1 July. Mongolian University of Science and Technology, Ulaanbaator, Mongolia. IEEE organized. 2013. P. 265–270. <http://www.must.edu.mn/IFOST2013/>
- [9] V. Zhmud, A. Polishchuk, A. Voevoda, R. V. Rao. The Tuning of the PID-Regulator for Automatic Control System of Thermo Energetic Equipment // Proceedings of the Fifth International Conference on Advances in Mechanical Engineering (ICAME-2011), June 06-08, 2011. Surat – 395 007, Gujarat, India. pp. 254-263.
- [10] Zhmud V.A., Zavorin A.N. Metodi di ottimizzazione del controllo numerico su una modelli troncati. Italian Science Review. 2014; 4(13). PP. 686-689. Available at URL: <http://www.ias-journal.org/archive/2014/april/Zhmud.pdf> и <http://www.ias-journal.org/archives/april-2014>



**Вадим Аркадьевич Жмуд** – заведующий кафедрой Автоматики НГТУ, профессор, доктор технических наук.  
E-mail: [oaonips@bk.ru](mailto:oaonips@bk.ru)



**Борис Иванович Пякилля** – ассистент кафедры компьютерных интегрированных систем Института Кибернетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.  
E-mail: [pakillaboris@gmail.com](mailto:pakillaboris@gmail.com)

## Control of Object with Distributed Parameters

Boris Pyakillya, Vadim Zhmud

*Abstract.* Objects with distributed parameters differ from dynamic objects with distributed parameters by the fact that their mathematical model is much more complex. These models instead differential equations are partial differential equations. These objects are found in a variety of processes in industry, transport, science and technology. Design of control systems for such objects based on the principle of negative feedback, as well as for objects with distributed parameters,

consist in three steps. These steps are the identification of the object, selection of structure of the regulator and the calculation of the parameters for it. Methods of analytical calculation of regulators parameters may be extremely difficult to apply due to the complexity of the object model. Recently, one of the widely used methods of analysis and synthesis of regulators is a numerical optimization. It is carried out in the mathematical modeling of the system [1]. In a series of papers [1-10] a number of measures have been developed to create a target (cost) function to optimize control. These measures allow an effective search for the PID coefficients. At that, recommendations are developed about ways how to modify the cost function to increase the stability margin in the system, to reduce the static error, to reduce overshoot, to eliminate or reduce the reverse overshoot and so on, including resource saving. All these measures have been tried for controller optimization, solving the problem of the control of object with distributed parameters, but the best result is characterized by overshooting about 22%, that for many practical problems may be too large. This paper proposes a new method of control, which is a special modification of a cost function. This method reduced the overshooting to a value of about 11%, which may be preferred for some applications, even despite the fact that the duration of the transient system increased. The proposed method adds an arsenal of techniques of control of complex dynamic objects.

*Key words:* regulation, delay, object with distributed parameters, control, modeling, simulation

## REFERENCES

- [1] Zhmud V. A. Modelirovanie, issledovanie i optimizacija zamknytyh sistem avtomaticheskogo upravleniya. Monografija. Novosibirsk, Izd-vo NGTU, 2012. – 335 s. (Zhmud V.A. Simulation study and optimization of locked systems of automatic control. Monograph. Novosibirsk, Publishing House of the NSTU, 2012. - 335 p.)
- [2] Zhmud V.A., Zavorin A.N. Struktura modeli dlja optimizacii sistemy s obratnoj svjaz'ju. Patent RF RU 2554291 C1. Opubl. 27.06.2015. Bjull. № 18.
- [3] V. A. Zhmud. The Use of the Feedback Control Systems in Laser Physics Researching Experiments. // Proceedings of RFBR and DST Sponsored “The 2-nd Russian-Indian Joint Workshop on Computational Intelligence and Modern Heuristics in Automation and Robotics”, 10–13 September, 2011, Additional volume, pp.40–43.
- [4] Zhmud V.A., Zavorin A.N. Method of designing energy-efficient regulators for complex objects with partially unknown model. Proc.: The control and modeling in complex systems. Proceedings of the XVI International Conference June 30-July 3, 2014, Samara. Russia. p. 557-567.
- [5] The modeling tests of the new PID-regulators structures. Voevoda, A.A., Zhmud, V.A., Ishimtsev, R.Y., Semibalamut, V.M. 2009. Proceedings of the IASTED International Conference on Applied Simulation and Modelling, ASM 2009. P.165 – 168.
- [6] Modern key technologies in automatics: Structures and numerical optimization of regulators. Zhmud, V.,

- Yadrishnikov, O., Poloshchuk, A., Zavorin, A. 2012. Proceedings - 2012 7th International Forum on Strategic Technology, IFOST 2012.
- [7] The design of the feedback systems by means of the modeling and optimization in the program VisSim 5.0/6. Zhmud, V., Liapidevskiy, A., Prokhorenko, E. 2010. Proceedings of the IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control. PP. 27–32.
- [8] V. Zhmud, O. Yadrishnikov. Numerical optimization of PID-regulators using the improper moving detector in cost function. Proceedings of the 8-th International Forum on Strategic Technology 2013 (IFOST-2013), vol. II, 28 June – 1 July. Mongolian University of Science and Technology, Ulaanbaator, Mongolia. IEEE organized. 2013. P. 265 – 270. <http://www.must.edu.mn/IFOST2013/>
- [9] V. Zhmud, A. Polishchuk, A. Voevoda, R. V. Rao. The Tuning of the PID-Regulator for Automatic Control System of Thermo Energetic Equipment // Proceedings of the Fifth International Conference on Advances in Mechanical Engineering (ICAME-2011), June 06-08, 2011. Surat – 395 007, Gujarat, India. pp. 254-263.
- Zhmud V.A., Zavorin A.N. Metodi di ottimizzazione del controllo numerico su una modelli troncati. Italian Science Review. 2014; 4(13). PP. 686-689. Available at URL: <http://www.ias-journal.org/archive/2014/april/Zhmud.pdf> and <http://www.ias-journal.org/archives/april-2014>