

Сопоставление вклада погрешностей квантования по времени и по уровню в результат аналогоцифрового преобразования

В.А. Жмудь
НГТУ (Новосибирск, Россия)

Аннотация: Выбор аналого-цифровых преобразователей (АЦП) для преобразования сигналов осуществляется на основе компромисса между быстродействием и точностью, даже если цену преобразователя можно не принимать в расчет. Очевидно, точность АЦП связана с разрядностью, хотя не только разрядность ее ограничивает. Теорема Котельникова (теорема Найквиста-Шеннона) устанавливает, что при достаточно высокой точности взятия отсчетов достаточно брать их с частотой больше, чем удвоенная частота максимума спектра преобразуемого сигнала. Это требование устанавливает границы применимости цифрового преобразования, и если, согласно условиям чистой теории, сигнал бесконечен во времени, а отсчеты взяты с нулевой погрешностью, а также известна верхняя граница полосы частот сигнала, то по таким отсчетам можно восстановить исходный сигнал без потерь. На этом основании многие практикующие инженеры, преподаватели и исследователи считают, что точность преобразования имеет наивысший приоритет, а частота преобразования может быть не слишком высокой, достаточно обеспечить требуемые условия этой теоремы. Однако на практике сигналы ограничены во времени, точность преобразования также ограничена, для восстановления исходного сигнала не используют алгоритмы вычисления его, которые заложены в доказательстве указанной теоремы. Актуален вопрос критерия для выбора АЦП, и если нельзя одновременно обеспечить высшую точность и высшее быстродействие, то какой из этих параметров следует считать наиболее значимым, а каким параметром можно пожертвовать. В данной статье исследуется этот вопрос методом моделирования.

Ключевые слова: системы сбора и обработки данных, АЦП, дискретизация, квантование по времени, квантование по уровню

ВВЕДЕНИЕ

Пусть требуется преобразование некоторого сигнала, который изменяется достаточно медленно, что можно без больших сложностей обеспечить выполнение соотношения частоты

преобразования и верхней частоты спектра преобразуемого сигнала, требуемого условиями теоремы Котельникова, известной в зарубежной литературе также как теорема Найквиста или Найквиста-Шеннона [1]. А именно: можно обеспечить намного больше количество отсчетов сигнала, чем два отсчета на период верхней частоты. Также можно обеспечить достаточно большое количество разрядов АЦП. Из имеющегося набора доступных АЦП в наличии имеются АЦП с более высоким быстродействием, но меньшей разрядностью, а также АЦП с большей разрядностью, но с меньшим быстродействием. Например, АЦП, работающие на частоте преобразования около 120 МГц, как правило, имеют 12-14 разрядов, в быстродействие 18-20-разрядных АЦП намного ниже. Встречаются и такие АЦП, которые можно запрограммировать на различные режимы работы, в которых можно повысить либо быстродействие, либо число разрядов, но не одновременно оба параметра.

Актуально решение вопроса о выборе: что следует предпочесть. Также можно поставить вопрос о том, каким количеством разрядов можно пожертвовать ради выигрыша по быстродействию, если такая жертва оправдана, или какую потерю быстродействия можно допустить ради повышения разрядности.

Другая причина актуальности решения этой задачи состоит в формировании критерия для выбора методов преобразования сигналов, в том числе, преобразований для измерения частоты, фазы и других характеристик сигнала, а не только лишь величины (или амплитуды). Актуальность этого вопроса связана с большим прогрессом в развитии методов обработки потоков данных с применением методов потоковой фильтрации, в частности, для измерения частоты сигнала или разностей фаз двух или большего количества сигналов.

Если сигнал линейно нарастает или убывает, то осуществление осреднения двух последовательных отсчетов позволяет снизить шаг дискретности вдвое, то есть как бы виртуально добавить один разряд. Это утверждение не справедливо, если сигнал неизменен по величине, но для неизменных сигналов вопрос компромисса между быстродействием и точностью не стоит,

поскольку выбор однозначно следует делать в пользу точности.

Можно исследовать этот вопрос теоретически, но с появлением эффективных средств моделирования сигналов и их преобразований наиболее просто и наглядно решить указанный вопрос экспериментально методом математического моделирования (симуляции).

Достаточно лишь выбрать тестовые сигналы, математическую модель преобразователей и критерии сравнения получаемых сигналов, после чего исследование осуществляется с применением одной из моделирующих программ.

1. ВЫБОР СИГНАЛОВ И ПАРАМЕТРОВ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Для анализа используем два вида сигналов: фрагмент гармонического сигнала (синусоидального) и экспоненциально нарастающий сигнал, формирующийся на выходе фильтра первого порядка в ответ на ступенчатое изменение сигнала на его входе.

Для моделирования используем программу *VisSim*. Этот выбор диктуется возможностью отдельного формирования в этой программе квантователя по уровню и квантователя по

времени. Для моделирования АЦП необходимо последовательно соединить эти квантователи, причем, квантователь по времени должен быть включен первым.

Вследствие особенностей моделирования в этой программе квантование по уровню получает результат с систематической ошибкой на половину единицы младшего разряда, поскольку на выходе такого квантователя формируется сигнал, равный целой части от величины входного сигнала в единицах кванта. Поэтому для адекватного преобразования к сигналу на входе перед подачей его на соответствующий квантователь добавим смещение, равное половине кванта. Будем моделировать два различных АЦП, у первого из которых частота преобразования в четыре раза выше, также как в четыре раза выше погрешность квантования. На *Рис. 1* показана схема моделирования двух АЦП по этой схеме, а также схема для формирования опорного сигнала, отклонение от которого будет наиболее точно характеризовать ошибку преобразования. С целью моделирования опорного канала достаточно пропустить входной сигнал через те же фильтры, через которые пропускается сигнал при его преобразовании.

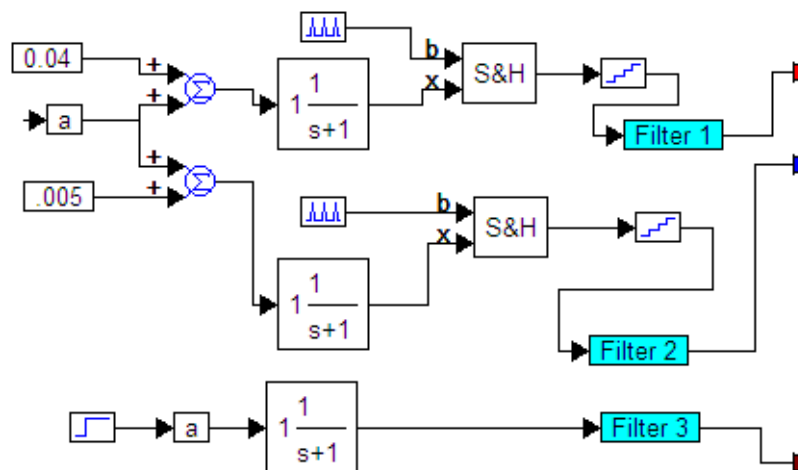


Рис. 1. Структура для моделирования сигналов

Как видно из *Рис. 1*, для преобразования ступенчатого сигнала используется фильтр с постоянной времени $T_1 = 1$ с. Для того, чтобы сравнивать результаты преобразований, осуществленных с помощью АЦП, удобно на выходах этих АЦП включить фильтры низких частот, чтобы получить сглаженный непрерывный сигнал. При цифровой обработке сигналов можно использовать соответствующие фильтры Калмана. Эти фильтры на *Рис. 1* реализованы в виде двух последовательно включенных фильтров первого порядка с постоянной времени $T_2 = 0,1$ с. Период преобразования верхнего квантователя по времени равен 0,1 с, а период преобразования нижнего квантователя по времени равен 0,4 с. Соответственно, ошибка квантования верхнего

квантователя по уровню в восемь раз выше, чем ошибка нижнего квантователя, и эти ошибки, соответственно, равны 0,08 и 0,01 единицы. При этом мы сознательно ухудшили ситуацию для первого АЦП, поскольку при условии, что частота его преобразования выше в четыре раза, погрешность этого преобразования больше в восемь раз, а не в четыре раза. Это намеренное снижение точности быстродействующего АЦП направлено на большую убедительность результатов.

На *Рис. 2* показаны результаты моделирования преобразований предложенных двух видов сигналов с помощью АЦП с рассмотренными параметрами. Черной линией показан опорный сигнал, то есть тот сигнал, который должен был бы быть получен при идеальном преобразовании.

Синей линией показан сигнал на выходе канала с более медленным, но более точным каналом, расположенным внизу схемы. Красной линией показан результат моделирования с более быстрым, но менее точным каналом преобразования, расположенным на схеме выше.

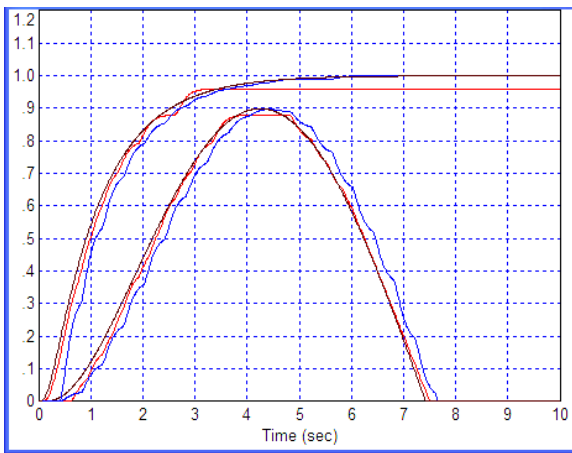


Рис. 2. Результат моделирования по схеме, показанной на Рис. 1

Из рассмотренных графиков на Рис. 2 следует, что увеличение быстродействия вчетверо следует предпочесть снижению погрешности в восемь раз, поскольку отличие красного графика от черного меньше, чем отличие синего графика на всей протяженности процесса, кроме случая, когда процесс практически не изменяется (в установившемся режиме отклика на ступенчатое воздействие). Для более детального исследования этой ситуации рассмотрим сигналы ошибки измерения, представляющие собой разницы между соответствующими выходами фильтров, включенных на выходах АЦП и выходом фильтра, включенного непосредственно на выходе формирователя сигнала. То есть рассмотрим разницу между кривыми, показанными синей и черной линиями, а также между графиками, показанными красной и черной линиями. Для вычисления разниц внесем в структуру вычитающие устройства, как показано в структуре на Рис. 3.

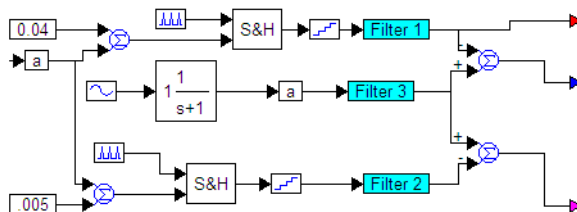


Рис. 3. Структура для вычисления разностных сигналов, соответствующих ошибке измерения АЦП

Результат показан на Рис. 4. Видно, что ошибка второго (медленного) канала в два-три раза выше, чем ошибка первого (быстрого) канала. Для наглядности рассмотрим промежуточные сигналы. На Рис. 5 показаны сигналы непосредственно на выходах АЦП без

использования фильтров. Естественно, что в реальных системах сбора и обработки данных погрешность квантования по уровню намного ниже, чем в этой модели. Погрешность преобразования по времени может быть такой же или даже больше, поскольку выбранная частота намного превышает требования теоремы Котельникова. Большая погрешность квантования по уровню выбрана для большей наглядности результата. Поэтому для дальнейшего детального исследования этого вопроса и с целью большей наглядности увеличим погрешность квантования по времени, соответственно, в два, в четыре и в восемь раз. Результаты показаны на Рис. 6, 7 и 8, соответственно.

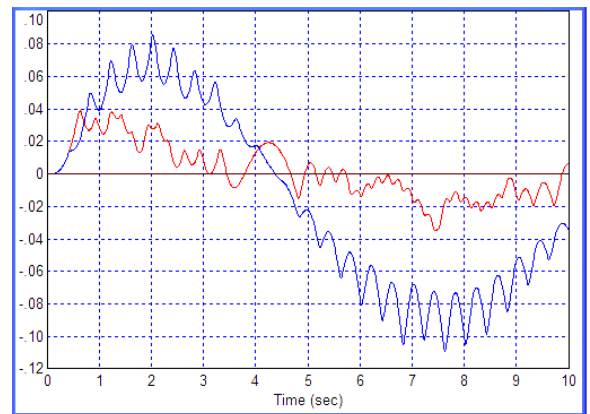


Рис. 4. Графики разностей выходных каналов АЦП и опорного сигнала: красная линия – верхний канал, синяя линия – нижний канал

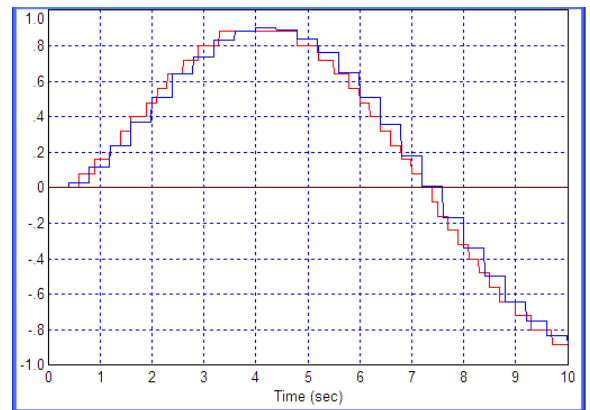


Рис. 5. Графики выходных каналов АЦП: красная линия – верхний канал, синяя линия – нижний канал

На Рис. 9 показаны те же сигналы после фильтров, а на Рис. 10 – в виде сигналов ошибки, то есть после вычитания из них опорного сигнала. Обратим внимание на то, что на Рис. 4 погрешность, показанная красной линией, в два-три раза меньше погрешности, показанной синей линией, а на Рис. 10 ситуация кардинально изменилась. На этом Рис. 10 погрешность, показанная красной линией, в четыре-десять раз больше, чем погрешность, показанная синей линией. Дело в том, что вследствие чрезмерного увеличения погрешности измерения она сравнялась с самой измеряемой величиной.

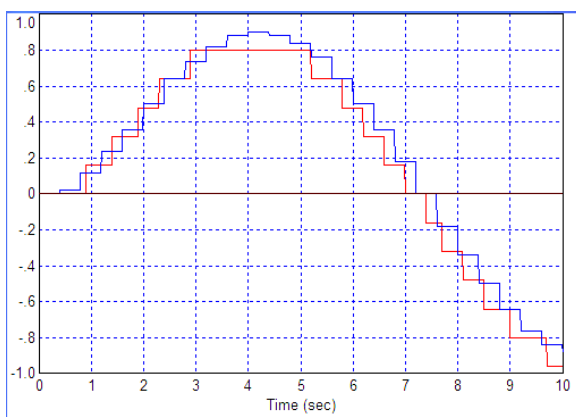


Рис. 6. Графики выходных каналов АЦП: красная линия – верхний канал, синяя линия – нижний канал. То же, что и на Рис. 5, но при увеличении погрешностей квантования по времени в два раза

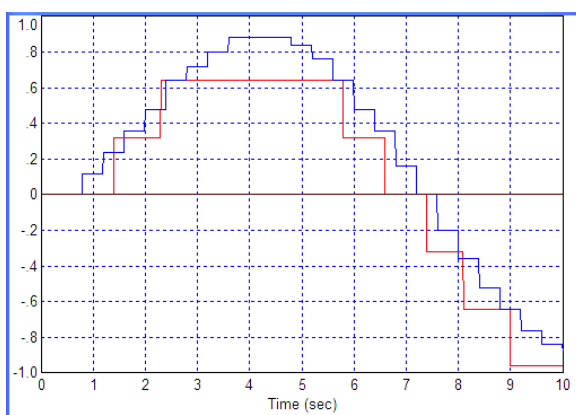


Рис. 7. Графики тех же сигналов, что и на Рис. 6, но при увеличении погрешностей квантования по времени в два раза (по сравнению с графиками на Рис. 5 погрешности увеличены в 4 раза)

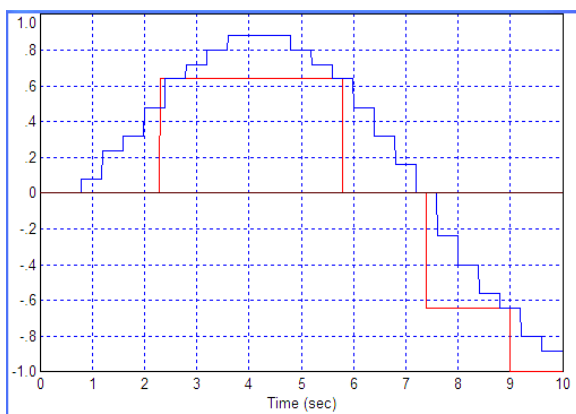


Рис. 8. Графики тех же сигналов, что и на Рис. 6, но при увеличении погрешностей квантования по времени в четыре раза (по сравнению с графиками на Рис. 5 погрешности увеличены в 8 раз)

Действительно, на последнем графике этой серии, то есть на Рис. 8, для красной линии шаг квантования стал равным 0,64, а само значение сигнала изменяется от -1 до +1. То есть фактически для данного сигнала осталось 4–5 уровней сигнала, что соответствует

трехразрядному АЦП. Соответственно, на Рис. 7 красная линия соответствует АЦП на 5–6 разрядов, а на Рис. 6 – АЦП на 6–7 разрядов.

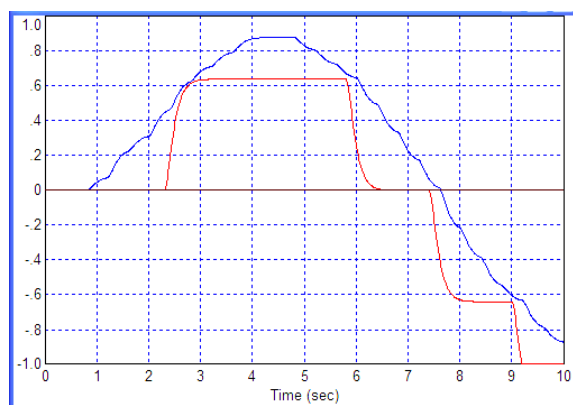


Рис. 9. Графики тех же сигналов на выходе фильтров в условиях эксперимента тех же, что на графиках на Рис. 8

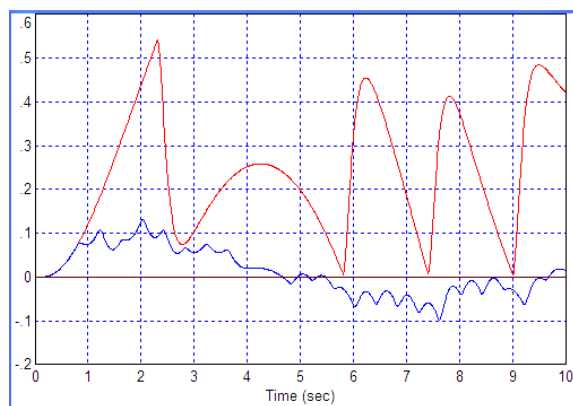


Рис. 10. Графики тех же сигналов, что на графиках Рис. 9, после вычитания из них опорных сигналов

Следовательно, если соотношение погрешности по уровню к значению входного сигнала не доводить до соотношения, соответствующего 6-разрядному АЦП или хуже, то повышение точности преобразования менее предпочтительно, чем повышение частоты преобразования. Если же погрешность квантования по уровню меньше, чем погрешность 8-разрядного АЦП, а количество отсчетов соответствует 40 отсчетам на период или меньше, то имеются основания рекомендовать повышение частоты преобразования предпочтительно перед повышением точности этого преобразования.

Хотя теорема Котельникова рекомендует обеспечить хотя бы двойное превышение частоты квантования по отношению к частоте верхней границы спектра обрабатываемого сигнала, в наших исследованиях стартовые условия обеспечивали превышение этого требования к частоте квантования в десятки раз.

Полученные результаты целесообразно учесть при проектировании АЦП или систем сбора и обработки сигналов, хотя, казалось бы, теорема Котельникова и ее приложения рекомендуют совсем иное. Данные исследования вовсе не

опровергают указанную теорему, они опровергают ложные заключения, которые могут быть сделаны на основании ее основного результата в связи с ложными логическими построениями или аналогиями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом моделирования установлено и убедительно показано, что выбор соотношения точности и быстродействия при преобразовании динамично изменяющихся сигналов является не простым и не однозначным. Если нет возможности обеспечения одновременно наилучшего быстродействия и наилучшей точности, то в ситуации, наиболее точно соответствующей практическим случаям (то есть когда имеется не более 40–50 отсчетов на один период входной частоты и АЦП имеет эффективную разрядность не хуже восьми разрядов), быстродействие важнее точности. В этой ситуации повышение частоты преобразования в четыре раза более эффективно, чем повышение точности преобразования в восемь раз.

Под эффективной разрядностью мы понимаем то количество разрядов АЦП, которое соответствует диапазону изменений входного сигнала. Если сигнал изменяется в пределах не менее 80–90 % от входного диапазона, то эффективная разрядность соответствует разрядности АЦП. Если, например, сигнал изменяется лишь в пределах 25 % этого диапазона, то эффективная разрядность на два разряда ниже, если в пределах 12,5 %, она хуже на три разряда и так далее.

Указанные результаты могут и должны быть распространены на задачу выбора частоты и точности преобразования при измерениях частоты или фазы (разности фаз) сигналов. Данное исследование направлено на решение именно этих задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России по государственному заданию №2014/138, тема проекта «Новые структуры, модели и алгоритмы для прорывных методов управления техническими системами на основе наукоемких результатов интеллектуальной деятельности», проект № 471.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Котельникова .
- [2] В. А. Жмудь Моделирование, исследование и оптимизация замкнутых систем автоматического управления. Монография. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2012. – 335 с.



Вадим Аркадьевич Жмудь – заведующий кафедрой Автоматики НГТУ, профессор, доктор технических наук.
E-mail: oao_nips@bk.ru

Comparison of the Contribution of Quantization Error in Level and in Time into the Result of Analog-to-Digital Conversion

VADIM ZHMUD

Abstract: Choice of analog-digital converters (ADC) for converting of signals is based on a compromise between speed and accuracy, even if the price of ADC can be not taken into consideration. Obviously, the accuracy of ADC is connected with the number of digits, though not only this limits it. Nyquist theorem (Nyquist-Shannon sampling theorem) states that at sufficiently high accuracy of samples taking it is enough to take them with a frequency of more than twice of the maximum frequency of the spectrum of the converted signal. This requirement sets the limits of applicability of digital conversion, and if, under the terms of the pure theory, the signal is infinite in time and the samples are taken from the zero error and the upper limit of the frequency band of signal is known. Under these conditions, such readings gives the opportunity to restore the original signal without loss. On this basis, many practitioners, engineers, teachers, and researchers believe that the accuracy of the conversion has the highest priority, and the frequency of conversion can be not too high, it is enough to provide the required conditions of the theorem. However, in practice, the signals are limited in time, the accuracy of the conversion is also limited, and the restoration of the original signal not uses the best algorithms for calculating it. The proof of this theorem does not take into account such situation. The question of the criteria for selecting the ADC is relevant, especially if it is not possible at the same time to provide a higher precision and higher performance. It is important to know, which of these parameters should be considered as the most important one, and what parameter you can donate. This paper explores this question by modeling.

Key words: data collection and data processing, ADC, sampling, quantization of the time, quantization of the level

REFERENCES

- [1] https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Котельникова .
- [2] V.A. Zhmud Simulation study and optimization of locked systems of automatic control. Monograph. Novosibirsk, Publishing House of the NSTU, 2012. - 335 p.