

# Метод разделения движений при подавлении возмущений

В.А. Жмудь, Л.В. Димитров

НГТУ, Новосибирск, Россия, Технический университет Софии, София, Болгария

**Аннотация:** Метод разделения движений для управления нестационарными линейными объектами, заданными в виде передаточной функции с изменяющимися коэффициентами, разработан и исследован в аналитическом виде. К достоинствам этого метода следует отнести эффективное подавление влияния изменений коэффициентов модели объекта. Это подтверждено доказанными соотношениями в виде теорем и лемм для передаточной функции по задающему воздействию. Из простых соображений понятно, что указанные достоинства не распространяются на управление с целью подавления возмущения, тогда как именно эта задача является наиболее важной на практике автоматического управления. Также из структуры регулятора следует, что система не является астатической, что является существенным недостатком, так как во всех практических задачах обеспечение нулевой статической ошибки является наиболее приоритетным требованием, предъявляемым к системе управления. Это требование превалирует над требованием качества переходных процессов (требованиями динамики), так как динамическая ошибка менее существенна, чем статическая ошибка. Работ, посвященных этим особенностям таких систем, почти не известно, тогда как публикации по методу разделения движения широко известны. Для гарантии достоверности результата и с целью наглядности в работе приводятся также иллюстративные примеры, полученные с помощью программы для математического моделирования *VisSim*,

**Ключевые слова:** регулятор, управление, обратная связь, метод разделения движений, метод локализации, ошибка, длительность переходного процесса, управление, динамическая ошибка, математическое моделирование, симуляция, *VisSim*

## ВВЕДЕНИЕ

Метод разделения движений основан на методе локализации [1]. «Метод локализации – метод синтеза систем автоматического управления нелинейными и нестационарными объектами, включающий формирование управления как функции вектора скорости и обеспечивающий локализацию и подавление

действия возмущений» [1]. В данном случае под возмущениями понимаются изменения параметров математической модели объекта, тогда как мы понимаем неконтролируемые воздействия, которые могут быть описаны в виде аддитивного сигнала, прикладываемого к выходу объекта управления.

Метод разделения движений обоснован математически с использованием преобразования Лапласа и прикладных разделов математики, согласно которым допустимо пренебрежение малыми значениями величин в сравнении с большими значениями величин такой же размерности по отношению к степени  $s$  (аргумента в преобразовании Лапласа) в той же степени.

**Пример 1.** Рассмотрим пример из публикации [2].

Пусть задан объект, описанный уравнением второго порядка:

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = bu. \quad (1)$$

Это эквивалентно заданию объекта в виде передаточной функции:

$$W_o(s) = \frac{b}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}. \quad (2)$$

Пусть для определенности  $a_2 = 1$ . Требуется разработать управляющую систему, такую, чтобы переходный процесс в системе описывался бы уравнением третьего порядка следующего вида:

$$(c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + 1)y = v. \quad (3)$$

В этом случае предполагается, что если в системе существуют быстрые движения, их влияние на процессы в системе пренебрежимо мало, и они не отражены в предписанном уравнении (3). Иными словами, указанное соотношение описывает медленные движения, поэтому, говоря о желаемых динамических свойствах, мы имеем в виду только медленные движения системы.

Зададим регулятор в форме следующего уравнения в операторной форме:

$$u = k \frac{c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + 1}{b(\mu s^3 + s^2 + \alpha s + 1)} x. \quad (4)$$

Здесь  $k/b$  описывает коэффициент усиления регулятора,  $\mu$  – малая величина (малый параметр), выбираемый обычно так, чтобы он был меньше всех  $c_i$ . Качество

переходного процесса зависит от параметра  $\alpha$ .

Структура системы показана на Рис. 1.

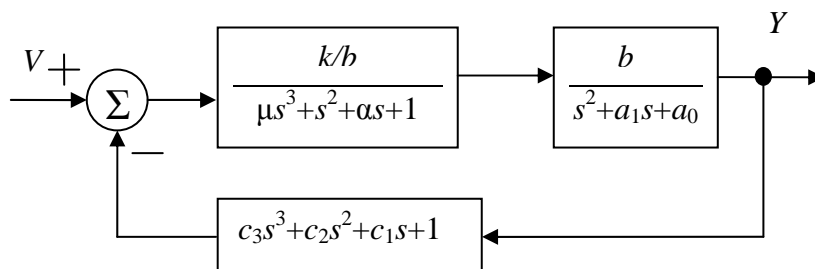


Рис. 1. Структура системы с регулятором по Примеру 1

Видим, что в обратной связи стоит звено дифференцирования третьего порядка. Реализуемость такого звена сомнительна, как для аналогового регулятора, так и для случая его цифровой реализации [3]. В этом виде систему затруднительно исследовать моделированием и реализовать на практике, что служит основанием для более детального исследования этого метода.

### 1. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ СТРУКТУРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Показанную на Рис. 1 структуру можно преобразовать в легко реализуемую эквивалентную структуру путем переноса

дифференцирующего звена через сумматор (в этом случае на входе сумматора возникает элемент с обратной передаточной функцией, т. е. низкочастотный фильтр третьего порядка. Перенесенный дифференцирующий элемент после этого объединяется с низкочастотным фильтром в прямом контуре регулятора, вследствие чего возникает физически реализуемый элемент, в котором порядок числителя совпадает с порядком знаменателя. Полученная структура показана на Рис. 2. Эта структура наглядно иллюстрирует недостаток этого метода управления.

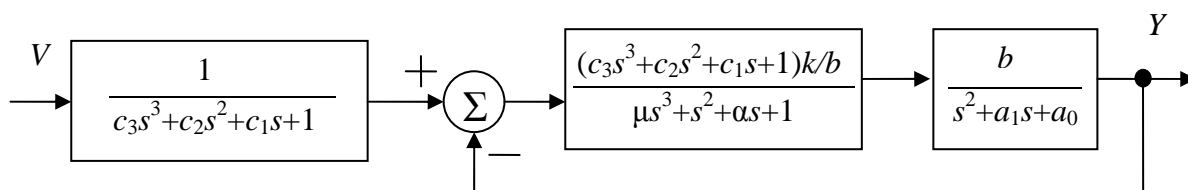


Рис. 2. Преобразованная эквивалентная структура системы с регулятором по Примеру 1

Действительно, из этой структуры видно следующее.

1. Контур управления состоит из двух элементов, не считая сумматора, а именно, из объекта и из регулятора, представляющего собой передаточную функцию, в числителе и знаменателе которой стоят полиномы одинакового порядка (третьего). Поскольку свободный член в знаменателе это регулятора (как и в знаменателе передаточной функции объекта) не равен нулю, в контуре нет чистого интегратора. Следовательно, этот контур управления обладает статической ошибкой.

2. На входе объекта имеется фильтр низких частот, представляющий собой передаточную функцию, в знаменателе которой стоит желаемый полином из уравнения (3), а в числителе единичный коэффициент. Такой фильтр преобразует ступенчатый скачок на своем входе в плавно нарастающий сигнал, причем характер нарастания этого сигнала соответствует уравнению (3).

3. На основании сказанного можно сделать вывод, что задача управления с желаемыми динамическими свойствами решается в два

следующих шага: во-первых, задание преобразуется в плавно изменяющийся сигнал в соответствии с желаемым уравнением динамики, во-вторых, контур управления делается по возможности наиболее быстродействующим, хотя и со статической ошибкой. Это достигается за счет большого коэффициента усиления.

4. Следовательно, вместо двух видов движения в контуре, медленных и быстрых, на самом деле формируется контур с только быстрыми движениями, и медленные движения формируются вне контура.

5. Если контур (трактуемый как контур быстрых движений), описывается высоким качеством управления, т. е. малой ошибкой и большим запасом устойчивости, то медленные движения не требуются, система достаточно хороша и без этого. Если же этот контур неустойчивый, то наличие фильтра на его входе ситуацию не спасает, и поэтому в таком случае медленные движения также не нужны. Наконец, если описывается плохим качеством, т. е. большой ошибкой или недостаточным запасом устойчивости, то наличие медленных движений

маскирует эти недостатки, если исследовать систему по отклику на ступенчатое воздействие на входе, но если же исследовать контур по отклику на скачок возмущения, то плохое качество системы управления будет выявлено.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Пример 2.** Рассмотрим Пример 1 со следующими численными значениями.

$$W_o(s) = \frac{1}{40s^2 + 100s + 1} \quad (5)$$

$$u = 100 \frac{s^3 + 4s^2 + 4s + 1}{0,1s^3 + s^2 + 2s + 1} x. \quad (6)$$

Осуществим моделирование в программе VisSim полученной системы в соответствии со структурой, показанной на Рис. 2. Соответствующий проект в этой программе показан на Рис. 3. При этом в систему введен дополнительный сумматор для введения помехи. Задавая единичные или нулевые значения входного воздействия или помехи, можем получать переходные процессы для соответствующих ситуаций. На Рис. 4 показаны переходные процессы в системе при различных коэффициентах усиления. Увеличение коэффициента в интервале от 200 до 500 несущественно влияет на вид переходного процесса, с при значении более 550 в системе возникает высокочастотное возбуждение, т. е. система теряет устойчивость. На Рис. 5 показан процесс при коэффициенте 580, а на Рис. 6 – процесс при коэффициенте 600.

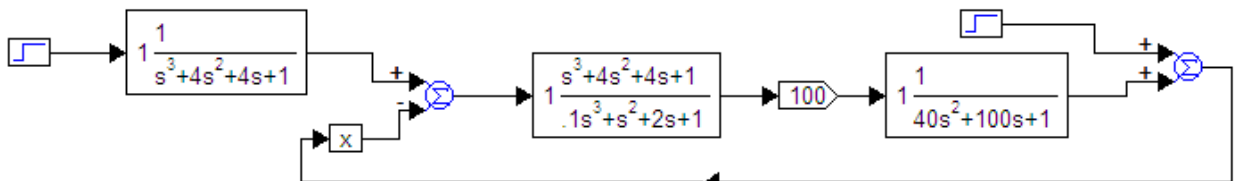


Рис. 3. Проект в программе VisSim для моделирования системы с регулятором по Примеру 2 в соответствии со структурой по Рис. 2

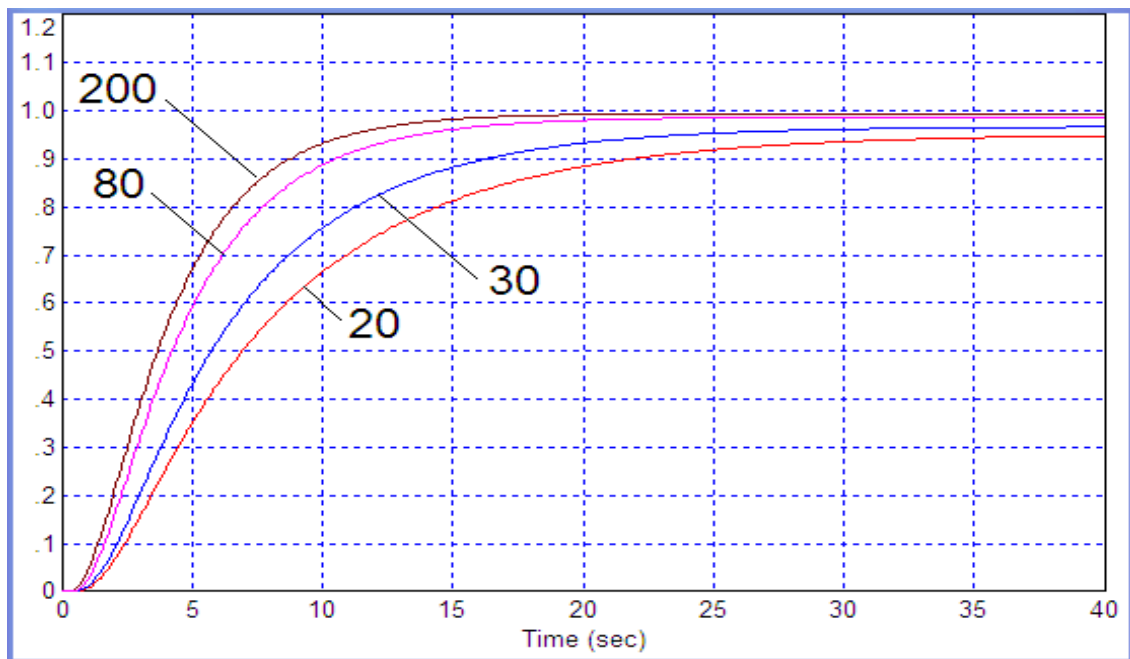


Рис. 4. Переходные процессы в системе при различных значениях коэффициента  $k$  усиления регулятора (значения показаны на графике)

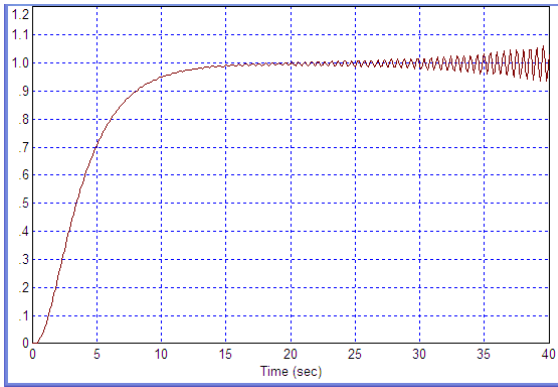


Рис. 5. Процесс в системе при  $k = 580$

На Рис. 7 показаны переходные процессы в системе при различных значениях коэффициента  $a_2$  при этом коэффициент усиления регулятора равен  $k = 100$ . На Рис. 8 показаны переходные процессы в системе при различных значениях коэффициента  $a_1$  при том же коэффициенте усиления.

На этом основании можно сделать вывод, что система, на первый взгляд, остается устойчивой с относительно большим запасом

устойчивости при изменениях параметров объекта в широких пределах.

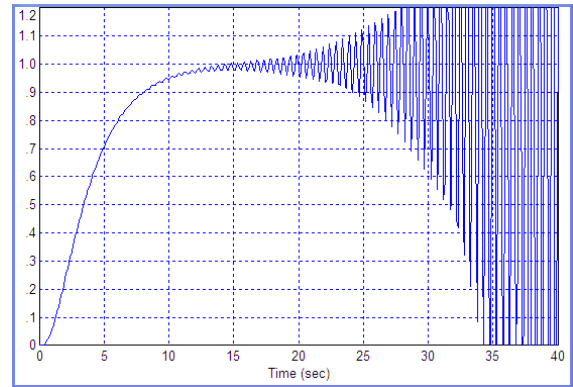


Рис. 6. Процесс в системе при  $k = 600$

Для сравнения осуществлено моделирование отклика на скачок задания  $v = -1$  при устранении из системы фильтра. Результат показан на Рис. 11. Видно, что процессы полностью идентичны, отличаются лишь постоянным уровнем.

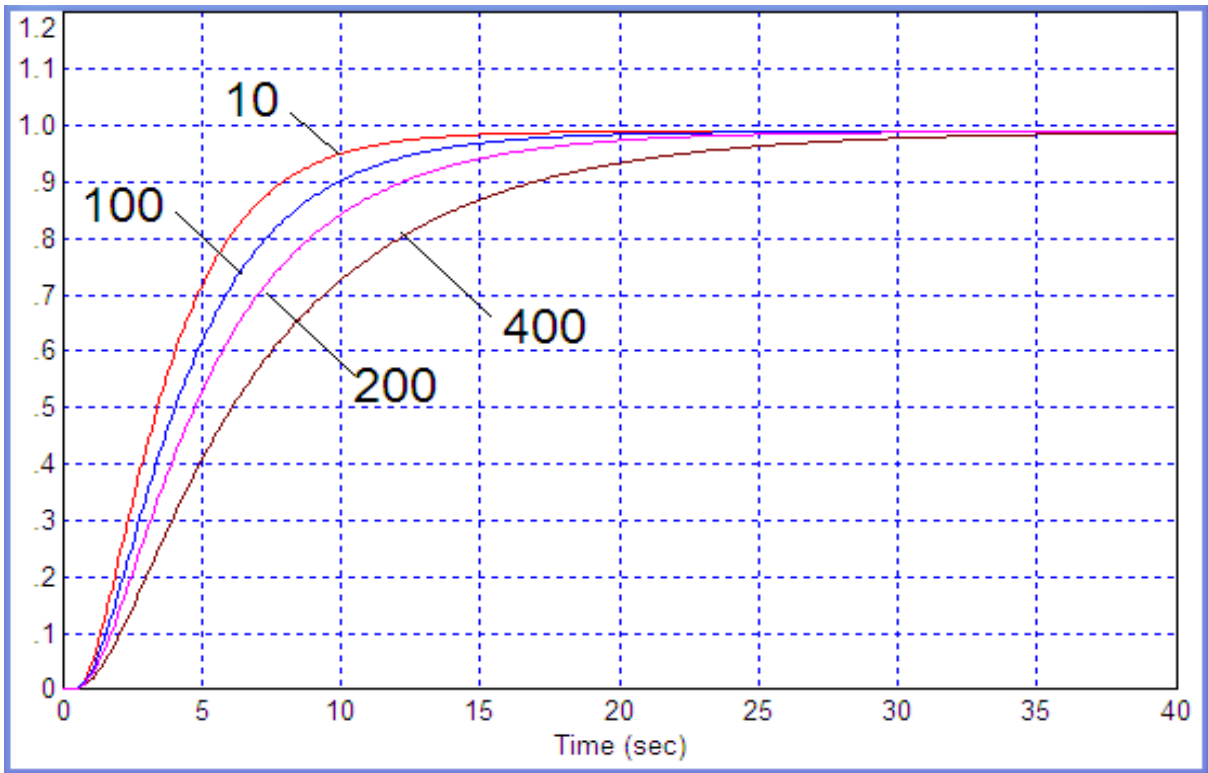


Рис. 7. Переходные процессы в системе при различных значениях коэффициента  $a_2$  при этом коэффициент усиления регулятора равен  $k = 100$

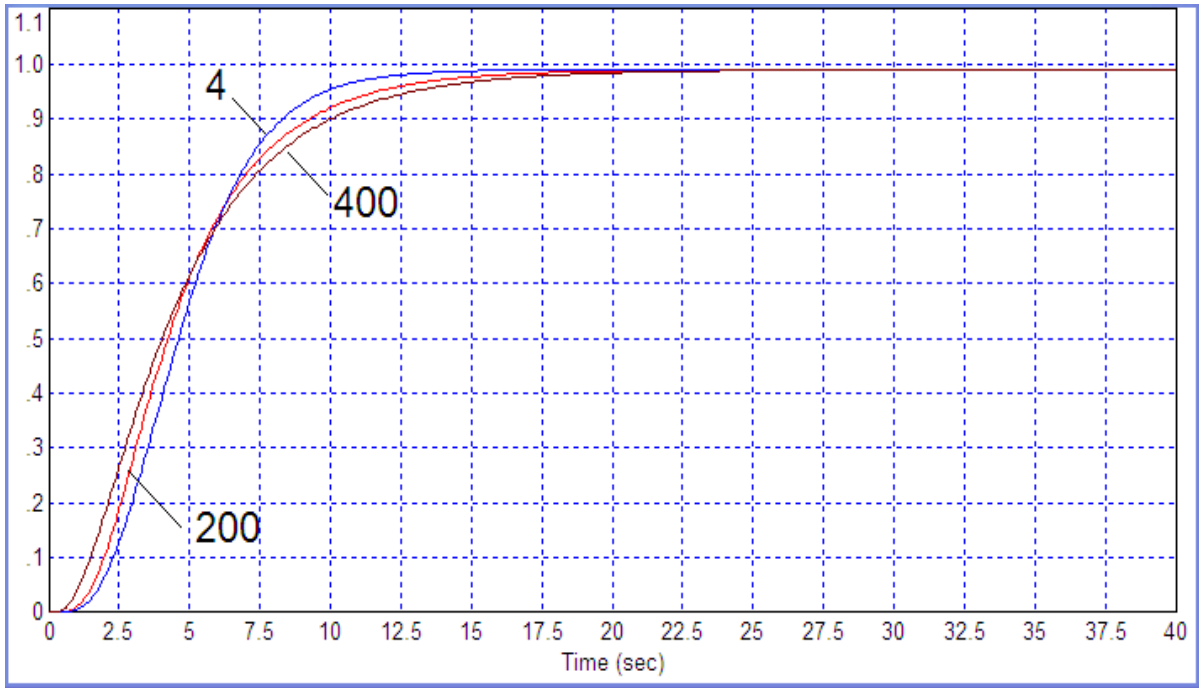


Рис. 7. Переходные процессы в системе при различных значениях коэффициента  $a_1$  при этом коэффициент усиления регулятора равен  $k = 100$

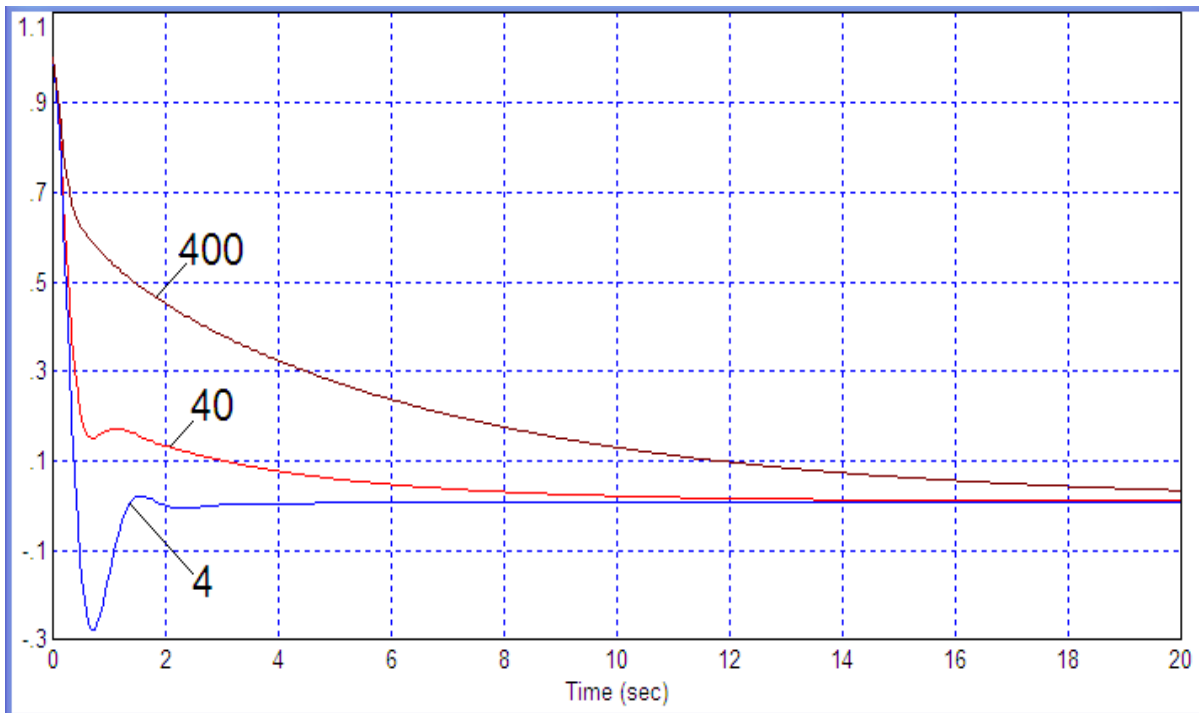


Рис. 8. Переходные процессы в системе в ответ на скачок возмущения при различных значениях коэффициента  $a_2$  при этом коэффициент усиления регулятора равен  $k = 100$

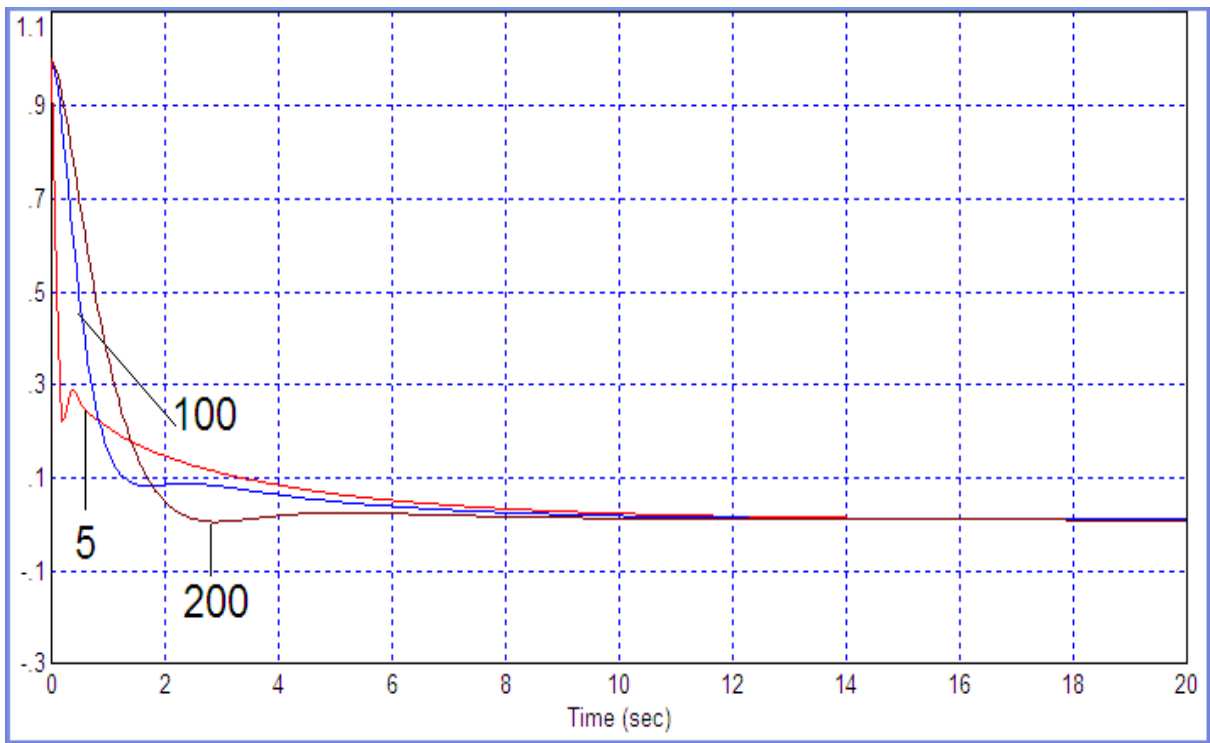


Рис. 9. Переходные процессы в системе в ответ на скачок возмущения при различных значениях коэффициента  $a_1$  при этом коэффициент усиления регулятора равен  $k = 100$

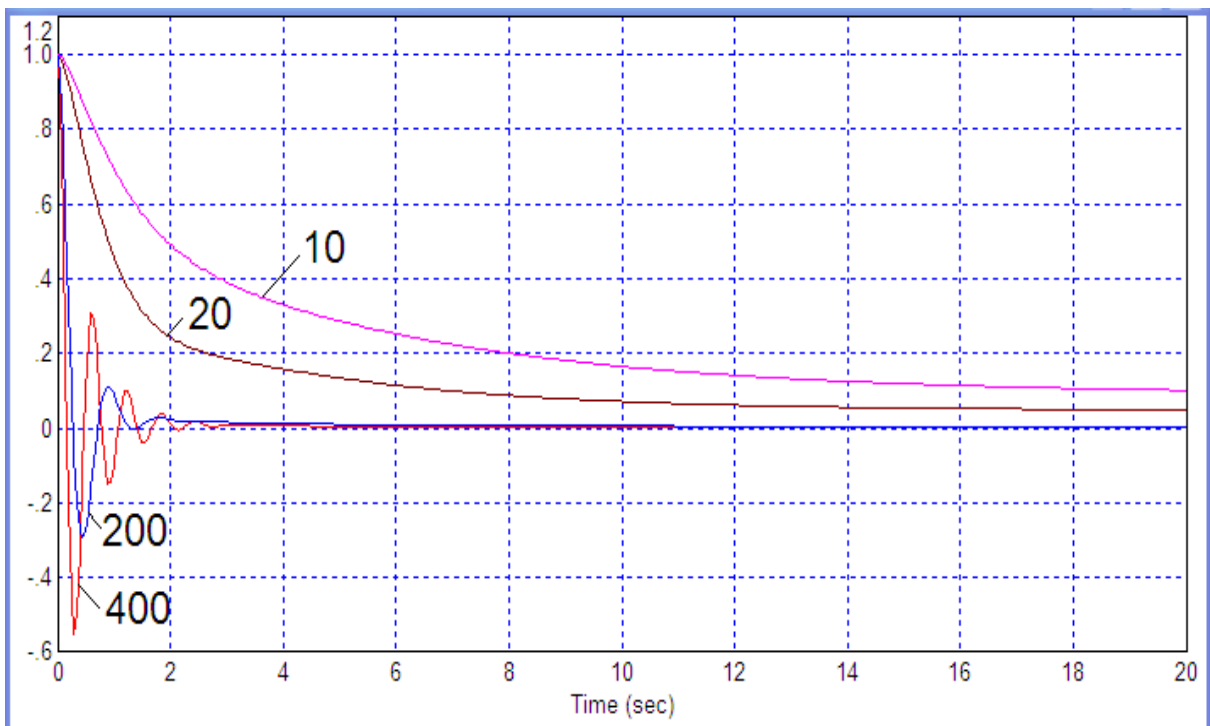


Рис. 10. Переходные процессы в системе в ответ на скачок возмущения при различных значениях коэффициента  $k$  усиления регулятора (значения показаны на графике)

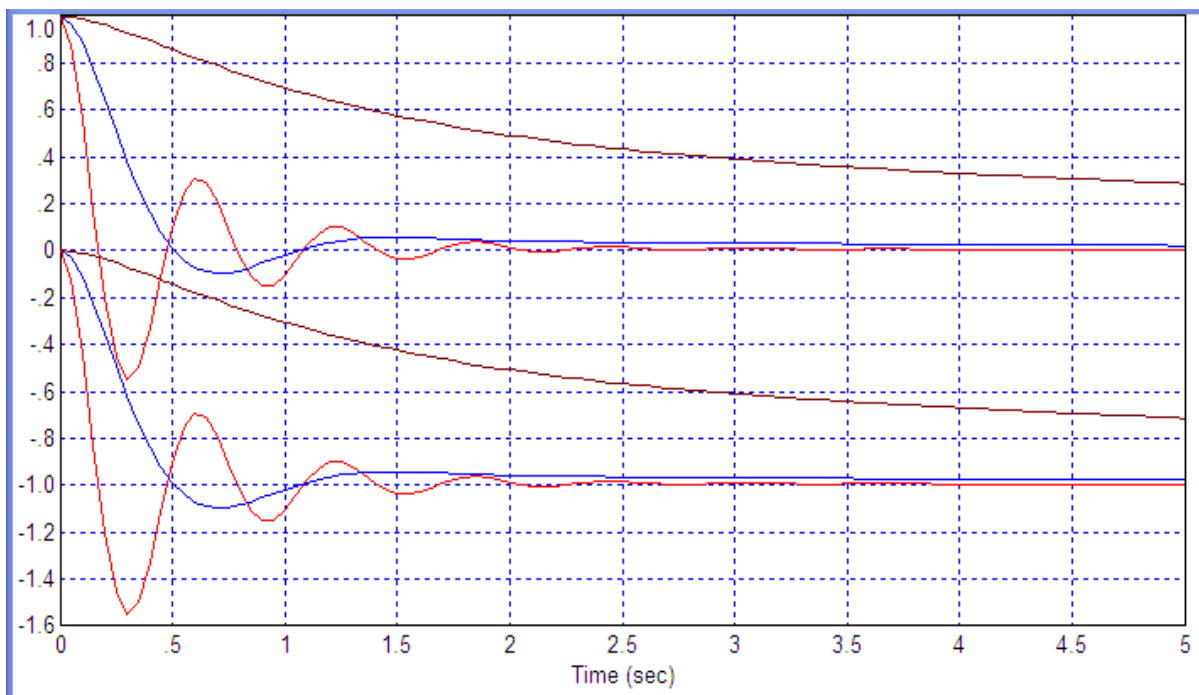


Рис. 11. Сравнение переходных процессов в системе по Рис.10 в сравнении с процессами в ответ на скачок задания на значение минус один при отсутствии фильтра: видна идентичность графиков (кроме постоянного смещения)

Таким образом, моделирование подтверждает выводы, сделанные в предыдущем разделе на основании приведения системы к реализуемой форме с простыми петлями посредством эквивалентных преобразований. Подтвержден вывод о том, что наиболее существенным являются так называемые быстрые движения в контуре, а медленные движения формируются вне контура путем фильтрации сигнала задания.

### 3. ОБЕСПЕЧЕНИЕ АСТАТИЗМА И ВЫСОКОГО КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ ПУТЕМ СОЗДАНИЯ ВНЕШНЕГО КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ

Полученную систему можно трактовать как новый объект, и применительно к этому объекту осуществить проектирование традиционного ПИ-регулятора. Соответствующая структура показана на Рис. 12.

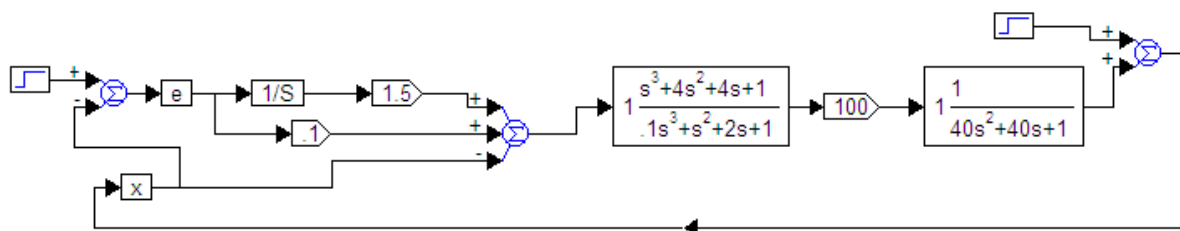


Рис. 12. Структура с внешним контуром управления с ПИ-регулятором (итеративная настройка)

На Рис. 13 показаны изменения переходного процесса при изменении параметра объекта  $a_1$  в интервале от 4 до 200. Система остается устойчивой, перерегулирование менее 10 %, длительность переходного процесса не более 10 с. На Рис. 14 показаны изменения процесса при изменении параметра  $a_2$  в интервале от 4 до

80. При дальнейшем увеличении возрастает перерегулирование, а затем нарушается устойчивость системы. В указанных пределах система все же остается устойчивой, переходный процесс длится не более 10 с, перерегулирование в худшем случае составляет 15 %.

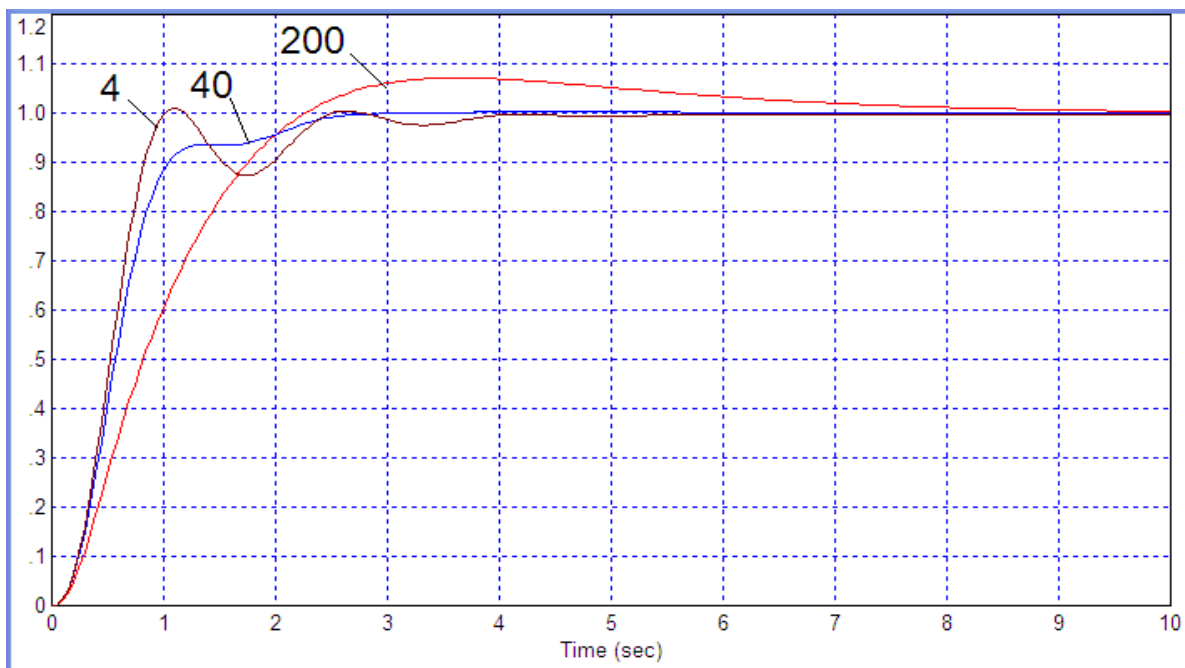


Рис. 13. Изменения переходного процесса в системе по Рис. 12 при изменении параметра объекта  $a_1$  в интервале от 4 до 200

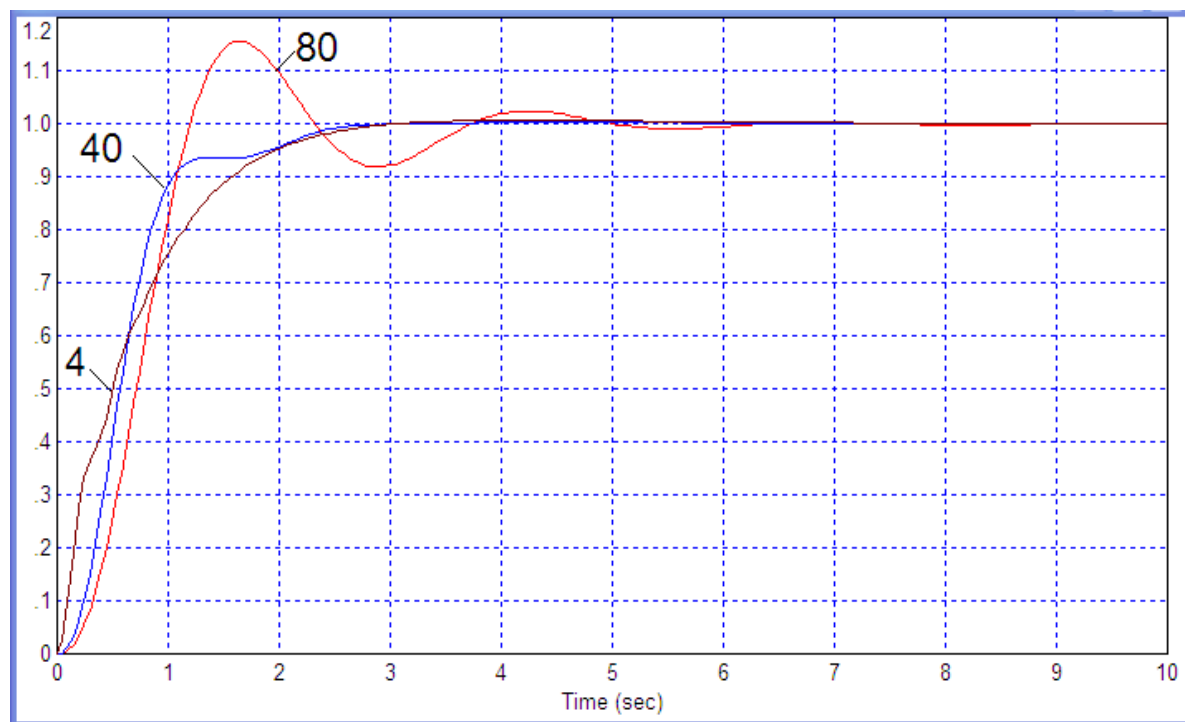


Рис. 14. Изменения переходного процесса в системе по Рис. 12 при изменении параметра объекта  $a_2$  в интервале от 4 до 80



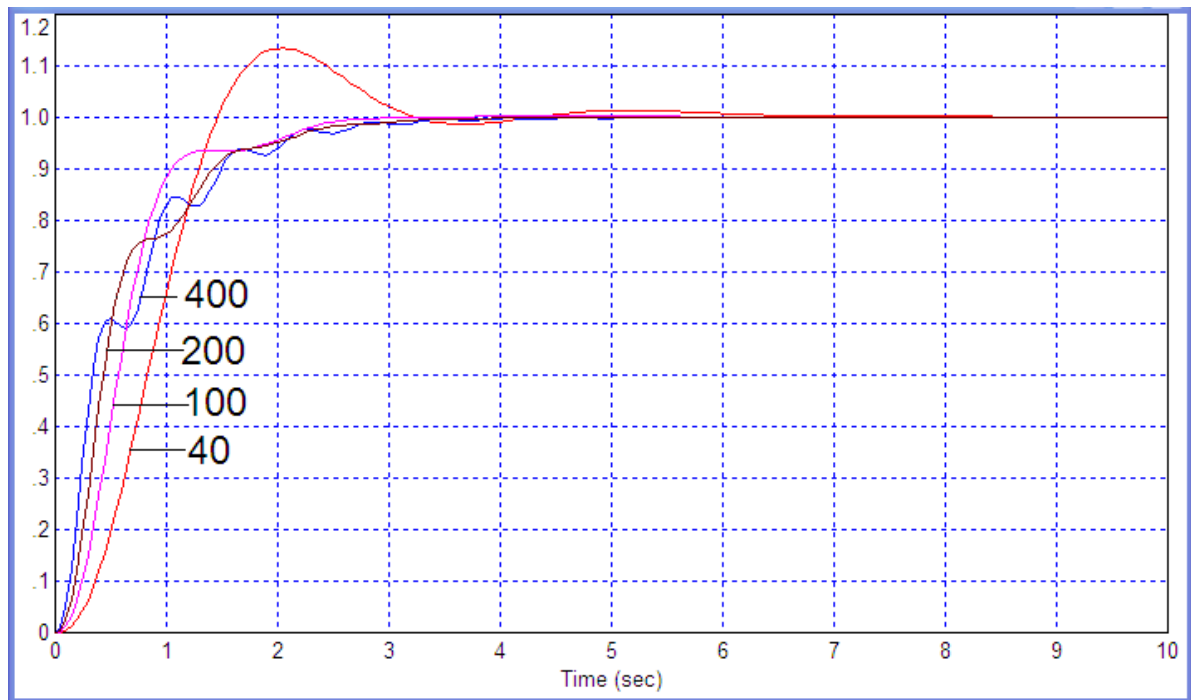


Рис. 15. Изменения переходного процесса в системе по Рис. 12 при изменении коэффициента усиления  $k$  в интервале от 40 до 400

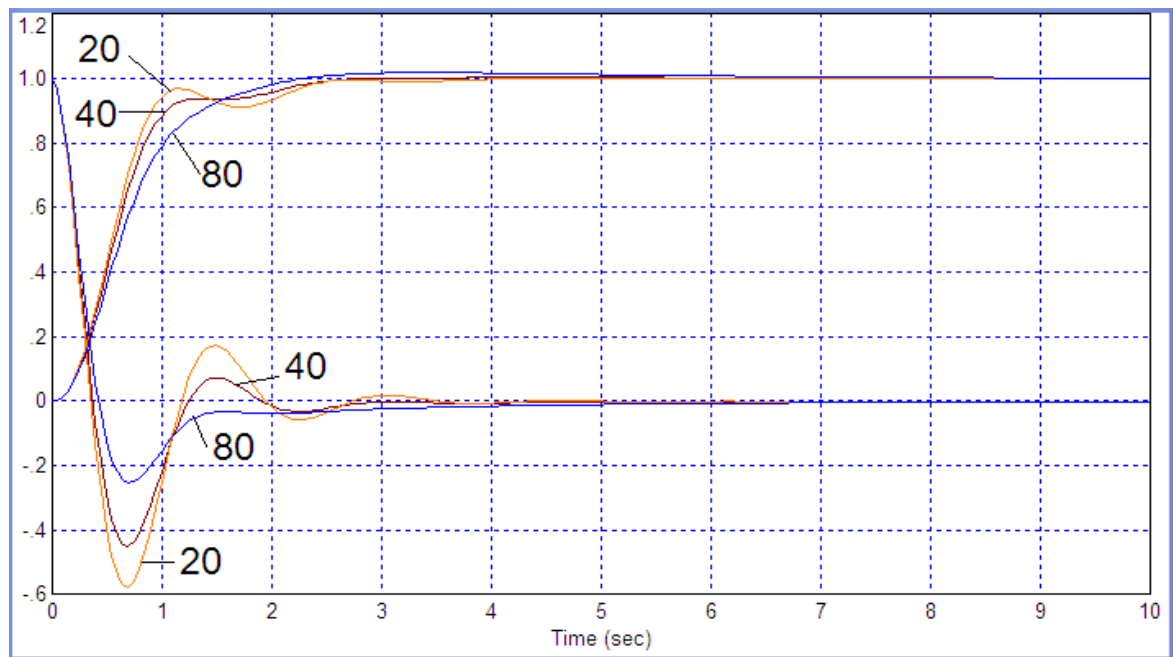


Рис. 16. Сопоставление переходных процессов в системе по Рис. 12 при изменении коэффициента усиления  $a_2$  в интервале от 20 до 80: верхние графики – отклик на скачок задания, нижние графики – отклик на скачок возмущения

#### 4. ПРИМЕР ДРУГОЙ СТРУКТУРЫ РЕГУЛЯТОРОВ ЭТОГО КЛАССА С РАССМОТРЕННЫМ ОБЪЕКТОМ

Другая структура регулятора также обоснована и предложена в работе [2]. Эта структура показана на Рис. 17. Поскольку недостатки подобного рода структур уже выяснены, и моделированием они подтверждены и для этой структуры, сразу преобразуем получаемую систему в новую,

добавив внешний контур с интегральным регулятором (И-регулятором), как это сделано в работе [11]. Поэтому для решения численного Примера 2 используем структуру, показанную на Рис. 18. На Рис. 19 показано семейство переходных процессов при изменении коэффициента усиления, на Рис. 20 – при изменении коэффициента  $a_1$ , на Рис. 21 – при изменении коэффициента  $a_2$ .

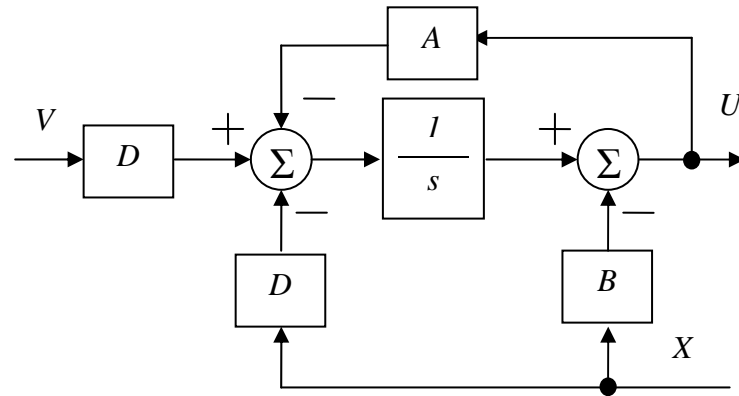


Рис. 17. Альтернативная структура регулятора для задачи Примера 1 из работы [2]

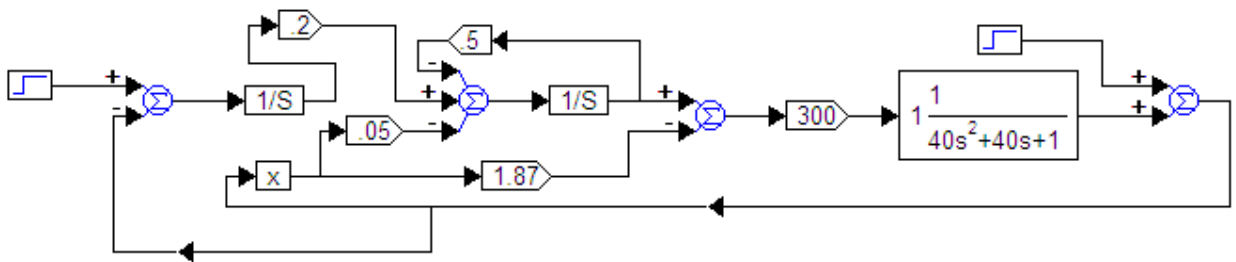


Рис. 18. Проект в программе VisSim для моделирования системы с регулятором по Примеру 2 в соответствии со структурой регулятора по Рис. 17

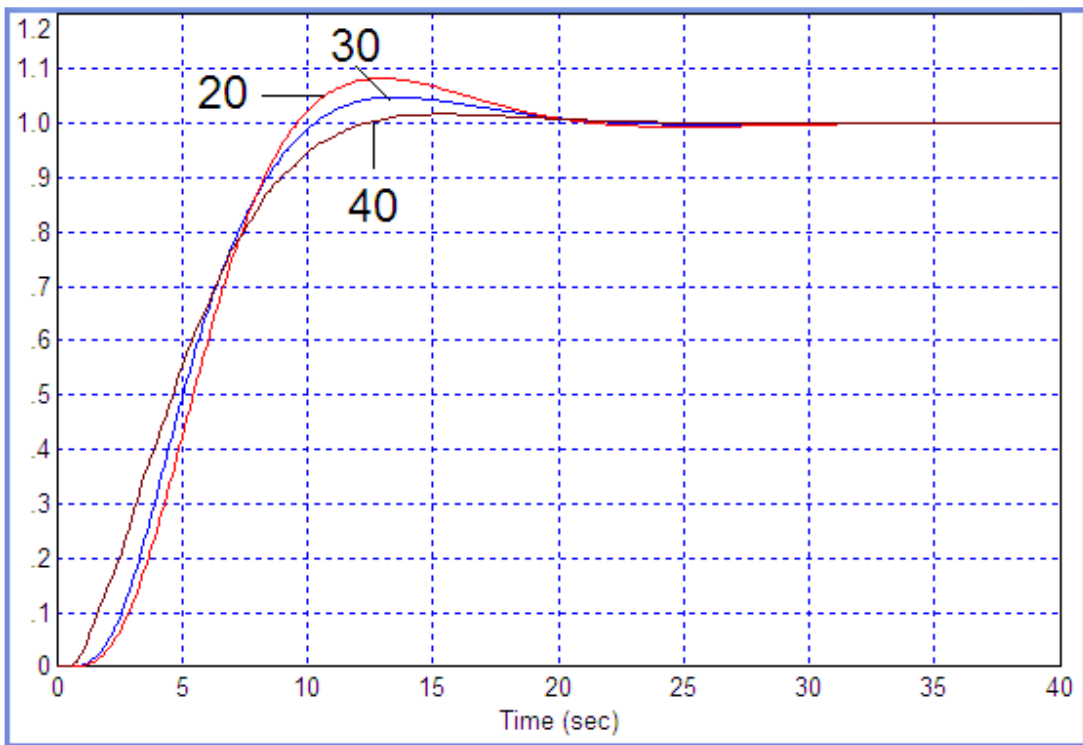


Рис. 19. Изменение переходного процесса в системе по Рис. 18 при изменении коэффициента  $k$

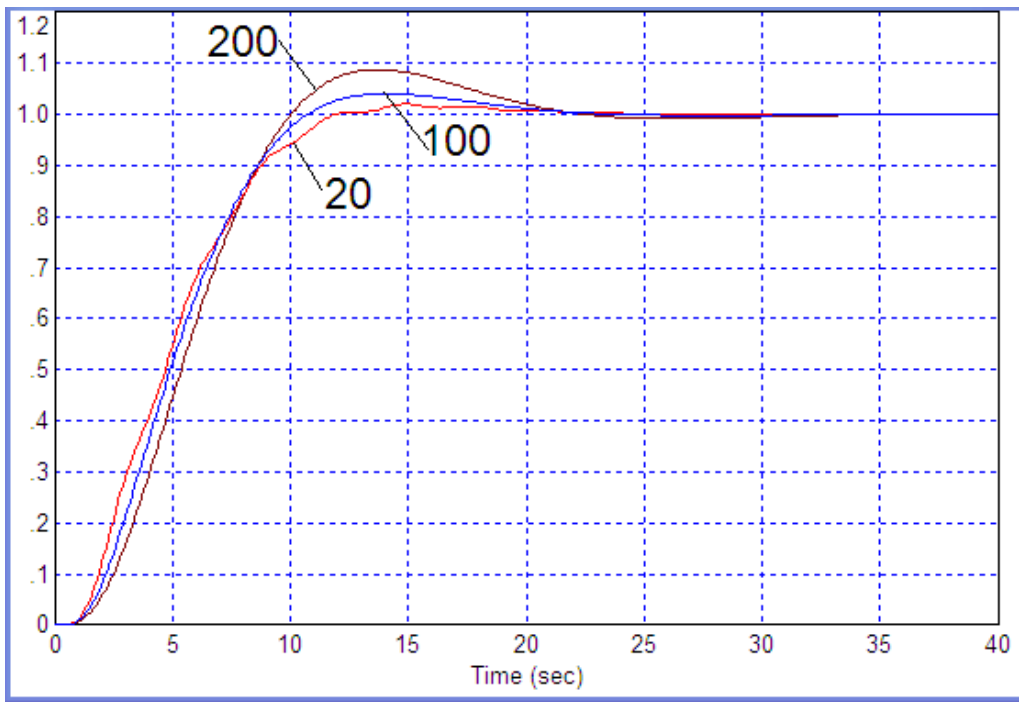


Рис. 20. Изменение переходного процесса в системе по Рис. 18 при изменении коэффициента  $a_1$

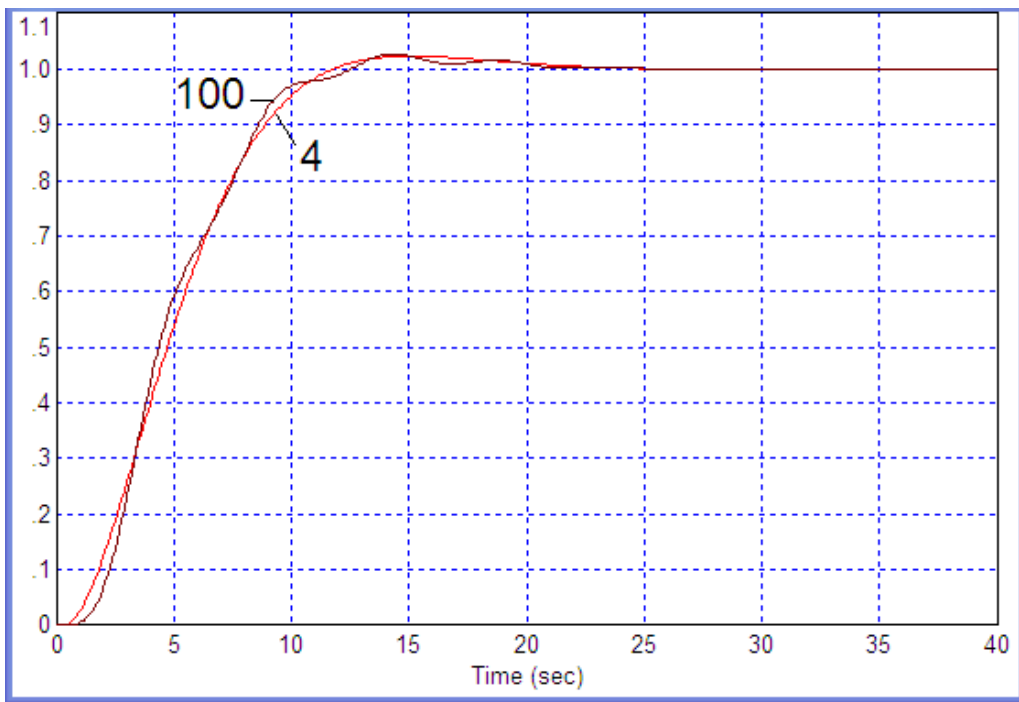


Рис. 21. Изменение переходного процесса в системе по Рис. 18 при изменении коэффициента  $a_2$

Из приведенных примеров со всей очевидностью следует, что даже при дополнительной внешней системе, переходные процессы в системе при ступенчатом скачке задания не совпадают по своему характеру с процессами при ступенчатом скачке возмущения. Это связано с тем, что в любом

случае скачок задания некоторым образом фильтруется в сложной системе регулятора, тогда как скачок возмущения непосредственно на выходе ничем не фильтруется, и лишь обратная связь способна его подавить, действуя через объект.

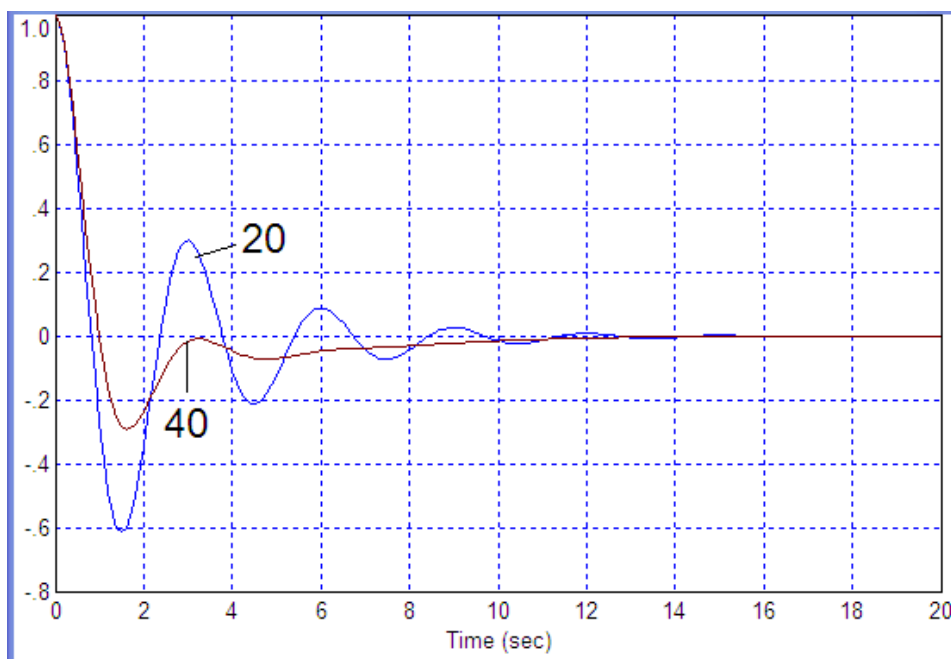


Рис. 22. Изменение переходного процесса в системе по Рис. 18 под действие ступенчатого скачка возмущения при изменении коэффициента  $a_1$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований показано, что метод разделения движений по работе [3] и некоторым другим работам этих же авторов этого периода работоспособен в ограниченных пределах. На основании теоретического анализа преобразованной структуры и исходя из результатов численного моделирования можно утверждать следующее.

1. Фактического разделения движений в контуре не происходит: имеется входной фильтр, влияющий лишь на скачок задания, но не оказывающий влияния на скачок возмущения, а также собственно контур стабилизации, который ранее трактовался как контур быстрых движений. Свойства именно этого контура наиболее важны с позиции качественного подавления возмущений.

2. Предложенные в работе [3] регуляторы по большей части статические, для обеспечения астатизма требуется дополнительный внешний астатический регулятор.

3. Получаемая с дополнительным внешним контуром система удовлетворительно сохраняет свои свойства при изменении параметров объекта в отношении отработки задания, однако, это свойство недостаточно полно характеризует качества системы автоматического управления.

4. Проанализирована отработка возмущения полученных вариантов системы с внешним дополнительным регулятором. Системы оценены как удовлетворительные, однако степень подавления нестационарных свойств объекта не слишком высока.

5. Проанализированный метод синтеза чрезвычайно сложен в сравнении с методами

численной оптимизации, развитыми в цикле работ [3–10].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Метод локализации. Статья в Википедии. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\\_локализации](https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_локализации)
- [2] Vostrikov A.S., Voevoda A.A., Zhmud V.A. Control of Linear Dynamic Objects with Variable Parameters by the Method of Localization. Preprint N 462. Inst. of Automation and Electrometry SB USSR Ac. Sci. Novosibirsk. 1990. 56 p.
- [3] Жмудь В.А., Димитров Л.В. Исследование причин шумов при многократном дифференцировании сигнала цифровым способом. Автоматика и программная инженерия. 2017. № 2 (20). С. 80–89.
- [4] Жмудь В.А. Моделирование и оптимизация систем управления лазерным излучением в среде VisSim: учеб. пособие / В.А. Жмудь; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 116 с.
- [5] Жмудь В.А. Моделирование, исследование и оптимизация замкнутых систем автоматического управления / В.А. Жмудь.– Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2012. – 335 с.
- [6] Жмудь В.А. Моделирование и численная оптимизация замкнутых систем автоматического управления в программе VisSim.: учеб. пособие / В.А. Жмудь; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – 124 с.
- [7] В.А. Жмудь. Измерительные устройства автоматики.: учеб. пособие / В.А. Жмудь; Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. – 72 с.
- [8] Жмудь В.А. Моделирование, исследование и оптимизация замкнутых систем автоматического управления / В.А. Жмудь.– Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2012. – 335 с.
- [9] Жмудь, В.А. Моделирование замкнутых систем автоматического управления: учебное пособие для академического бакалавриата / В.А. Жмудь. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 126 с. – ISBN 978-5-534-03410-3. URL: <http://urait.ru/catalog/403830>

- [10] Zhmud V.A. Designing of the precision automatic control systems: monograph / V.A. Zhmud, L.V. Dimitrov. – Novosibirsk: KANT, 2017. – 126 p.
- [11] Г.А. Французова, Е.П. Котова. Расчёт и исследование возможностей систем автоматического управления с типовым ПИД-регулятором и модифицированным ПИ2Д-регулятором. Автоматика и программная инженерия. – 2017. – № 1 (19). – С. 10–15.

## The Method of Division of Motions in the Suppression of Disturbances

V.A. ZHMUD, L.V. DIMITROV

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Technical University of Sofia, Sofia, Bulgaria

**Abstract:** The method of division of motions for the control of non-stationary linear objects defined in the form of a transfer function with varying coefficients has been developed and investigated in an analytical form. The merits of this method include the effective suppression of the effect of changes in the coefficients of the model of the object. This is confirmed by the relations proved in the form of theorems and lemmas for the transfer function with respect to the prescribing value. From simple considerations it is clear that these advantages can not be applied to control in order to suppress disturbance, whereas this task is the most important in practice of automatic control. It also follows from the structure of the regulator that the system is not astatic, which is a significant drawback, since in all practical problems the provision of zero static error is the most top priority requirement for the control system. This requirement prevails over the quality requirements of transient processes (dynamic requirements), since the dynamic error is less significant than the static error. There is not known papers devoted to these features of such systems, while publications on the method of separation of motion are widely known. For the most guarantee of the reliability of the result and for the sake of clarity, the paper also provides illustrative examples obtained with the help of the program for mathematical modeling *VisSim*,

**Key words:** regulator, control, feedback, motion division method, localization method, error, transient process duration, dynamic error, mathematical modeling, simulation, *VisSim*

### REFERENCES

- [1] Metod lokalizacii. Stat'ja v Vikipedii. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Metod\\_lokalizacii](https://ru.wikipedia.org/wiki/Metod_lokalizacii)
- [2] Vostrikov A.S., Voevoda A.A., Zhmud V.A. Control of Linear Dynamic Objects with Variable Parameters by the Method of Localization. Preprint N 462. Inst. of Automation and Electrometry SB USSR Ac. Sci. Novosibirsk. 1990. 56 p.
- [3] Zhmud V.A., Dimitrov L.V. Issledovanie prichin shumov pri mnogokratnom differencirovanii signala cifrovym sposobom. Avtomatika i programnaja inzhenerija. 2017. № 2 (20). S. 80–89.
- [4] Zhmud V.A. Modelirovanie i optimizacija sistem upravlenija lazernym izlucheniem v srede VisSim: ucheb. posobie / V.A. Zhmud; Novosib. gos. tehn. un-t. – Novosibirsk: Izd-vo NGU, 2009. – 116 s.
- [5] Zhmud V.A. Modelirovanie, issledovanie i optimizacija zamknytyh sistem avtomaticheskogo upravlenija / V.A. Zhmud.– Novosibirsk, Izd-vo NGTU, 2012. – 335 s.
- [6] Zhmud V.A. Modelirovanie i chislennaja optimizacija zamknytyh sistem avtomaticheskogo upravlenija v programme VisSim.: ucheb. posobie / V.A. Zhmud; Novosib. gos. tehn. un-t. – Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2012. – 124 s.
- [7] V.A. Zhmud. Izmeritel'nye ustrojstva avtomatiki.: ucheb. posobie / V.A. Zhmud'; Novosib. gos. tehn. un-t. – Novosibirsk : Izd-vo NGTU, 2012. – 72 s.
- [8] Zhmud V.A. Modelirovanie, issledovanie i optimizacija zamknytyh sistem avtomaticheskogo upravlenija / V.A. Zhmud.– Novosibirsk, Izd-vo NGTU, 2012. – 335 s.
- [9] Zhmud, V.A. Modelirovanie zamknytyh sistem avtomaticheskogo upravlenija: uchebnoe posobie dlja akademicheskogo bakalavriata / V.A. Zhmud. – 2-e izd., ispr. i dop. – M.: Izdatel'stvo Jurajt, 2017. – 126 s. – ISBN 978-5-534-03410-3. URL: <http://urait.ru/catalog/403830>
- [10] Zhmud V.A. Designing of the precision automatic control systems: monograph / V.A. Zhmud, L.V. Dimitrov. – Novosibirsk: KANT, 2017. – 126 p.
- [11] G.A. Francuzova, E.P. Kotova. Raschjot i issledovanie vozmozhnostej sistem avtomaticheskogo upravlenija s tipovym PID-reguljatorom i modifitsirovannym PI2D-reguljatorom. Avtomatika i programnaja inzhenerija. – 2017. – № 1 (19). – S. 10–15.



**Вадим Аркадьевич Жмудь** – заведующий кафедрой Автоматики НГТУ, профессор, доктор технических наук.  
E-mail: [oaonips@bk.ru](mailto:oaonips@bk.ru)



**Любомир Ванков Димитров** – проректор Технического университета Софии (София, Болгария), доктор наук, профессор, почетный доктори НГТУ, автор более 200 научных статей. Область исследований: мехатроника, автоматика, микроэлектронные модули и системы и их применение (MEMS).  
E-mail: [lubomir.dimitrov@tu-sofia.bg](mailto:lubomir.dimitrov@tu-sofia.bg)